Carlo Dalla Pozza

UN'INTERPRETAZIONE PRAGMATICA DELLA LOGICA PROPOSIZIONALE INTUIZIONISTICA

1. Introduzione

In questo saggio presentiamo una interpretazione pragmatica della logica intuizionistica, basata sulla traduzione di un *calcolo proposizionale intuizionistico* (CPI) e di un *calcolo proposizionale classico* (CPC) in un linguaggio enunciativo pragmatico formalizzato L^p_c, consistente in una opportuna estensione del linguaggio «ideografco» di Frege (1879).

Lo scopo di questa interpretazione è essenzialmente filosofico: risolvere il conflitto tra la logica classica e la logica intuizionistica e tra la concezione classica (corrispondentistica) e la concezione intuizionistica (verificazionistica) della verità e del significato (cfr. Dummett 1977, 1978, 1979, 1980 e Prawitz 1977, 1980, 1987) in una prospettiva *integrazionistica* che conservi (a) la *globalità* della logica nel senso del «pluralismo globale» che ammette l'esistenza di una pluralità di sistemi logici tra loro compatibili, ma non di sistemi incompatibili o rivali (cfr. Haack 1978, cap. 12), e (b) la nozione *classica* di «verità come corrispondenza» che possiamo ritenere *esplicata* rigorosamente dalla teoria (o definizione) semantica di Tarski (1933, 1944). Questo scopo è ottenuto mediante la traduzione di CPC e di CPI in L^p_c, e le argomentazioni che conducono a questo risultato possono essere riassunte schematicamente come segue.

Sia L un linguaggio standard della logica proposizionale classica. Denotiamo con L^p_c una estensione di L, ottenuta aggiungendo al vocabolario (alfabeto) logico di L una nuova categoria di segni logici, che chiamiamo segni logico-pragmatici, includente il *segno di asserzione* e i *connettivi pragmatici* (vedi Def. 2.1.1., sez. 2.1.). Facendo uso di questo vocabolario esteso, le regole di formazione di L^p_c definiscono riricorsivamente due tipi di formule ben formate in L^p_c, le *formule radicali* (corrispondenti alle formule ben formale di L) e le *formule assertive*, in modo tale che ogni formula assertiva contiene una formula radicale come sua sottoformula propria (vedi DEF. 2.1.2., sez. 2.1.). In modo corrispondente, le regole semantiche di L^p_c provvedono una interpretazione semantica per le sole formule radicali, assegnando, nel modo usuale,, un *valore di verità* (classico) ad ogni formula radicale di L^p_c (vedi DEF. 2.2.1., sez. 2.2.), mentre le regole pragmatiche di L^p_c provvedono una valutazione pragmatica per le formule assertive, assegnando ad ogni formula assertiva di L^p_c un *valore di giustificazione* (giustificato o ingiustificato), definito, come la nozione intuizionistica di «verità», in termini della nozione di *prova*, in modo tale che la valutazione pragmatica di una formula assertiva di L^p_c viene a dipendere dalle assegnazioni (semantiche) dei valori di verità alle sue sottoformule radicali (vedi DEF. 2.3.1., sez. 2.3.). Inoltre, facendo uso delle regole semantiche e pragmatiche di L^p_c viene definita la nozione di *validità pragmatica* in L^p_c (vedi sez. 3).

Su questa base la traduzione di CPC e di CPI in L^p_c è prodotta in modo tale che i teoremi di CPC corrispondono (come nell'originario sistema di Frege) alle formule assertive *elementari* pragmaticamente valide di L^p_c, e i teoremi di CPI, alle formule assertive *complesse* (contenenti esclusivamente formule radicali *atomiche*) pragmaticamente valide di L^p_c (vedi sez. 5.1. e 5.2., rispettivamente).

È interessante osservare che L^p_c incorpora l'analisi degli enunciati in termini di *segno di forza* e di *radicale*, introdotta da Frege (1879, 1891, 1923) e sviluppa successivamente da Reichenbach (1947, §. 57) e Stenius (1969). Il modello di Frege-Reichenbach-Stenius tuttavia si applica esclusivamente agli enunciati elementari (la cui interpretazione pragmatica è data in modo puramente intuitivo). Su questa base Frege potè formulare il suo sistema di logica classica in termini di formule assertive, ma non avrebbe potuto fornire anche una formulazione della logica intuizionistica compatibile col suo sistema di logica classica. Questo limite è superato in L^p_c mediante l'introduzione dei connettivi pragmatici, che permettono la costruzione di formule assertive complesse (e la definizione di una interpretazione pragmatica *formale*) consentendo di recuperare in L^p_c anche la logica intuizionistica.

Va inoltre osservato che la nostra interpretazione (traduzione) *prag-*

matica differisce per due aspetti rilevanti dalla interpretazione (traduzione) *modale*, proposta da Gödel (1933), da McKinsey e Tarski (1948) e da Fitting (1969), che provvede una soluzione analoga del conflitto tra logica intuionistica e logica classica. In primo luogo l'interpretazione modale risolve la logica intuizionistica in una logica *estesa* rispetto alla logica classica, mentre la nostra interpretazione la risolve in una logica *semi-estesa*, basata cioè su un rapporto di *reciproca* estensione (e/o restrizione) con la logica classica (vedi Haack, 1974, cap. 1, par. 4). In secondo luogo, l'interpretazione modale fornisce un'interpretazione della logica intuizionistica un po' *deviante* rispetto alla interpretazionne *standard* in termini di *prova* fornita da Heyting (1934 e 1956) e Kreisel (1965), che può essere considerata come un criterio di *adeguatezza materiale* per ogni interpretazione della logica intuizionistica; mentre la nostra interpretazione recupera in modo naturale l'interpretazione standard, attraverso la nozione pragmatica di «giustificazione». (Nella Sez. 3 e 5.2 discuteremo il rapporto che sussiste tra la nostra interpretazione e quella modale).

In un certo senso la nostra interpretazione pragmatica della logica proposizionale intuizionistica e classica può essere considerata come una prima realizzazione, limitata ai soli enunciati assertivi, di quella più ampia «logica illocutoria» indagata recentemente da Searle e Vanderveken (1985), anche se da una prospettiva differente da quella strettamente logica di orientamento fregeano da noi adottata.

In questo saggio ci limitiamo esclusivamente a fornire una presentazione sintetica dell'apparato formale della nostra traduzione di CPC e di CPI in L^p_c. In particolare nella Sez. 2. vengono definite la sintassi, la semantica e la pragmatica di L^p_c; nella Sez. 3. viene definita la nozione di «validità pragmatica in L^p_c», insieme con alcuni criteri (diretti e indiretti) di validità; nella Sez. 4. vengono presentate alcune applicazioni concernenti i rapporti tra connettivi semantici e connettivi pragmatici di L^p_c; nella Sez. 5. viene introdotta la traduzione di CPC e di CPI in L^p_c, con i relativi teoremi di correttezza e completezza; nella Sez. 6, infine, vengono discusse alcune conseguenze filosofiche del nostro lavoro che ci sembrano rilevanti.

2. La costruzione di L^p_c

Definiamo L^p_c specificando la sua struttura sintattica, semantica e pragmatica in un metalinguaggio non formalizzato, consistente di una parte della lingua italiana arricchita con alcuni simboli tecnici, quali lettere dell'alfabeto greco, aventi il ruolo di variabili metalinguistiche.

2.1. *Sintassi*

La sintassi di L^p_e è specificata, nel modo usuale, dando un alfabeto, cioè un insieme di segni primitivi classificati secondo categorie sintattiche, e un insieme (finito) di regole di formazione per formule ben formate. Questo è fatto mediante le seguenti definizioni.

DEF. 2.1.1. Chiamiamo *alfabeto* di L^p_e, e denotiamo con A^p_e, l'insieme dei segni descrittivi, logico-semantici, logico-pragmatici e ausiliari, definito come segue.

Segni descrittivi
D_1. Lettere proporzionali: p, q, r, p_1, q_1, r_1, ...
Segni logico-semantici
LS_1. Connettivi: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$.
Segni logico-pragmatici
LP_1. Segno di asserzione: $\vdash$.
LP_2. Connettivi: N, K, A, C, E.
$\sim$ $\cap$ $\cup$ $\supset$ $\equiv$
Segni ausiliari
A_1 Parentesi tonde: (,).

DEF. 2.1.2. Chiamiamo *formula ben formata radicale* o semplicemente *formula radicale* (**fr**) di L^p_e ogni formula generata dalle seguenti *regole di formazione per formule radicali* (RFR).

RFR1. Ogni lettera proposizionale è una **fr**.

RFR2. Sia α una **fr**; allora $\neg\ \alpha$ è una **fr**.

RFR3. Siano α_1 e α_2 **fr**; allora $\alpha_1 \wedge \alpha_2$, $\alpha_1 \vee \alpha_2$, $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2$, $\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2$ sono **fr**.

Chiamiamo *formula ben formata assertiva* o semplicemente *formula assertiva* (**fa**) di L^p_e, ogni formula generata dalle seguenti *regole di formazione per formule assertive* (RFA).

RFA1. Sia α una **fr**; allora $\vdash\ \alpha$ è una **fa**.

RFA2. Sia δ una **fa**; allora Nδ è una **fa**.

RFA3. Siano δ_1 e δ_2 **fa**; allora δ_1K δ_2, δ_1A δ_2, δ_1C δ_2, δ_1E δ_2 sono **fa**.

Denotiamo con ψ_R e ψ_A, rispettivamente, l'insieme di tutte le **fr** e l'insieme di tutte le **fa** di L_C^P, e chiamiamo linguaggio formale L_C^P la tripla (A_C^P, ψ_R, ψ_A). Infine diciamo che una **fr** costituita da una sola lettera proposizionale è una **fr** *atomica*, che una **fa** della forma $\vdash \alpha$ (ove *a* sta per una qualsiasi **fr**) è una **fa** *elementare*, e denotiamo con ψ_R^a e ψ_A^e, rispettivamente, l'insieme di tutte le **fr** atomiche e l'insieme di tutte le **fa** elementari. Chiamiamo quindi **fr** *molecolari* ogni **fr** che appartiene al complemento di ψ_R^a in ψ_R e **fa** *complessa* ogni fa che appartiene al complemento di ψ_A^e in ψ_A.

2.2. *Semantica*

Una interpretazione semantica per L_C^P può essere introdotta mediante la seguente definizione.

DEF. 2.2.1. Con riferimento alla DEF. 2.1.2., chiamiamo *interpretazione semantica* di L_C^P la coppia ($\{1,0\}$,σ), dove $\{1,0\}$ è l'insieme dei *valori di verità* (ove 1 sta per «vero» e 0 per «falso») e σ è una *funzione di assegnamento*,

$$\sigma\colon \alpha \in \psi_R \longrightarrow \sigma(\alpha) \in \{1,0\}$$

tale che le seguenti condizioni o regole di verità (RV) sono soddisfatte.

RV1. Sia $\alpha \in \psi_R$; allora $\sigma(\neg\ \alpha) = 1$ sse $\sigma(\alpha) = 0$

RV2. Sia $\alpha_1, \alpha_2 \in \psi_R$; allora

i) $\sigma(\alpha_1 \wedge \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 1$ e $\sigma(\alpha_2) = 1$,
ii) $\sigma(\alpha_1 \vee \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 1$ o $\sigma(\alpha_2) = 1$,
iii) $\sigma(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 0$ o $\sigma(\alpha_2) = 1$,
iv) $\sigma(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) = 1$ e $\sigma(a_2 \rightarrow \alpha_1) = 1$.

Denotiamo con Σ l'insieme di tutte le funzioni di assegnamento su ψ_R; inoltre denotiamo con $T^\top$ l'insieme di tutte le *tautologie* $\top$ e con $T^\perp$ l'insieme di tutte le *contraddizioni* $\perp$, definite, rispettivamente, come segue:

$$T^\top = \{\alpha \in \psi_R \mid \forall\sigma \in\Sigma,\ \sigma(\alpha) = 1\}$$
$$T^\perp = \{\alpha \in \psi_R \mid \forall\ \sigma \in\Sigma,\ \sigma(\alpha) = 0\}.$$

Nel modo più usuale, le regole di verità RV1 - RV2 possono venire introdotte facendo uso delle *tavole di verità* che forniscono anche un metodo effettivo di *decisione* per T^{r} (e $T^{\perp}$).

2.3. *Pragmatica*

Una interpretazione pragmatica per la L^{P} può essere introdotta mediante la seguente definizione.

DEF. 2.3.1. Con riferimento alle DEF. 2.1.2. e 2.2.1., per ogni $\sigma \in \Sigma$ chiamiamo *interpretazione pragmatica* associata a σ la coppia $(\{J,U\}, \pi_\sigma)$, ove $\{J,U\}$ è l'insieme dei *valori di giustificazione* (dove J sta per «giustificato» e U per «ingiustificato») e π_σ è una *funzione di valutazione pragmatica*

$$\pi_\sigma\colon \delta \in \psi_A \longrightarrow \pi_\sigma(\delta) \in \{J,U,\}$$

tale che le seguenti condizioni o regole di giustificazione (RJ) sono soddisfatte.

RJ1. Sia $\alpha \in \psi_R$; allora $\pi_\sigma(\vdash \alpha) = J$ sse esiste una prova che α è vera (cioè che $\sigma(\alpha) = 1$) (quindi $\pi_\sigma(\vdash \alpha) = U$ sse non esiste alcuna prova che α è vero).

RJ2. Sia $\delta \in \psi_A$; allora $\pi_\sigma(N\delta) = J$ sse esiste una prova che δ è ingiustificato (cioè che $\pi_\sigma(\delta) = U$).

RJ3. Sia $\delta_1, \delta_2 \in \psi_A$; allora

i) $\pi_\sigma(\delta_1 K\ \delta_2) = J$ sse $\pi_\sigma(\delta_1) = J$ e $\pi_\sigma(\delta_2) = J$

ii) $\pi_\sigma(\delta_1 A\ \delta_2) = J$ sse $\pi_\sigma(\delta_1) = J$ o $\pi_\sigma(\delta_2) = J$

iii) $\pi_\sigma(\delta_1 C\ \delta_2) = J$ sse esiste una prova che se $\pi_\sigma(\delta_1) = J$ allora $\pi_\sigma(\delta_2) = J$

iv) $\pi_\sigma(\delta_1 E\ \delta_2) = J$ sse $\pi_\sigma(\delta_1 C\ \delta_2) = J$ e $\pi_\sigma(\delta_2 C\ \delta_1) = J$.

Infine denotiamo con Π l'insieme $\{\pi_\sigma \mid \sigma \in \Sigma\}$ di tutte le funzioni di valutazione pragmatica su ψ_A.

Osservazione 2.3.1. Particolare attenzione va posta sulla interpretazione di J,U nella DEF. 2.3.1. come, rispettivamente, «giustificato» e «ingiustificato». È evidente che il concetto metalinguistico di «giustificato» è chiaramente differente qui dal concetto di «vero». Infatti l'assegnamento di un'interpretazione semantica su ψ_R provvede ogni **fr** di un valore di verità in senso classico, tuttavia questo valore può essere epistemicamente conosciuto o sconosciuto, e in genere solo alcune **fr** possono essere esplicitamente provate vere (o false) quando viene data un'interpretazione semantica: queste sono le **fr** che possono essere asserite in modo giustificato.

Nel nostro approccio la distinzione tra «giustificato» e «vero» ha una controparte sintattica; infatti i valori di verità riguardano solo le **fr**, i valori di giustificazione solo le **fa**. Naturalmente l'attribuzione concreta a un dato $\delta \in \psi_A$ di un valore π_σ (δ) richiede che sia specifica una procedura metalinguistica di prova; nonostante ciò il nostro approccio è «neutrale» rispetto alla scelta fra differenti procedure, poiché RJ1 nella DEF. 2.3.1. si basa su proprietà semantiche generali del concetto (metalinguistico) di prova, senza far riferimento ad alcuna procedura specifica. In particolare sia procedure logiche che empiriche di prova sono compatibili con le nostre definizioni. Il nostro approccio è anche neutrale rispetto alle interpretazioni della prova come *attuale* o come *potenziale* (cfr. Prawitz 1980 e Loar 1987). Deve essere inoltre notato che i connettivi pragmatici N, K, A, C, E sono concepiti come traduzioni in L^P di concetti del linguaggio ordinario, ove ogni enunciato elementare non solo ha un significato semantico, quindi un valore di verità, ma anche un ruolo pragmatico (forza illocutoria).

Osservazione 2.3.2. È importante osservare esplicitamente che RJ1, RJ2, RJ3 nella DEF. 2.3.1. non sempre permettono di determinare il valore di giustificazione di una data **fa** quando tutti i valori di giustificazione delle sue componenti elementari sono conosciuti. Per esempio, sia $\delta \in \psi_A$; allora $\pi_\sigma(\delta) = J$ implica $\pi_\sigma(N\delta) = U$, ma $\pi_\sigma(\delta) = U$ non implica necessariamente che $\pi_\sigma(N\delta) = J$. Una situazione simile vale quando il connettivo C appare in qualche **fa**. Segue che nessun principio di «J-funzionalità», analogo al principio di vero-funzionalità per i connettivi semantici, vale per i connettivi pragmatici. Questo implica, in particolare, che nella nostra pragmatica occorre usualmente far riferimento al concetto di prova anche quando si valuta il valore di giustificazione di una **fa** complessa i cui componenti elementari hanno valori di giustificazione noti. In breve, diciamo che la nostra pragmatica non è J-funzionale.

Osservazione 2.3.3. Ci si può chiedere se il concetto metalinguistico di «giustificato» soddisfa un analogo pragmatico della «Convenzione T» di Tarski, cioè se per ogni $\delta \in \psi_A$ vale la condizione

CJ) «δ» è giustificato sse δ.

Se assumiamo che i segni logico-semantici e logico-pragmatici del metalinguaggio ML^p_c di L^p_c possono essere identificati, se ML^p_c è formalizzato, con quelli di L^p_c, e obbediscono alle stesse regole di formazione, allora la risposta è negativa (il che confermerebbe che J e U non sono semplici riformulazioni di «vero» e «falso», vedi *osservazione 2.3.1.*). Infatti, nella precedente condizione CJ) l'espressione «"δ" è giustificato» è una formula radicale di ML^p_c, mentre «δ» è una formula assertiva di L^p_c. Così, il segno logico metalinguistico «sse» che appare in CJ) non può essere identificato né con «↔» (che connette solo formule radicali) né con «C» (che connette solo formule assertive); pertanto, sotto la nostra assunzione, CJ) non è una formula metalinguistica accettabile (corretta) di $\mathbf{ML}^p_c$.

3. Validità pragmatica in L^p_c

La definizione di validità (invalidità) pragmatica in L^p_c può essere data mediante una parafrasi della definizione di verità (falsità) logica di Bolzano-Quine, come segue.

DEF. 3.1. Con riferimento alle DEF. 2.1.2., 2.2.1. e 2.3.1., diciamo che una **fa** $\delta \in \psi_A$ è *pragmaticamente valida* o *p-valida* (rispettivamente *pragmaticamente invalida* o *p-invalida*) sse δ è giustificata (rispettivamente ingiustificata) e solo i segni logici, cioè il segno di asserzione e i connettivi semantici e pragmatici, giocano un ruolo essenziale nel determinare il suo valore di giustificazione.

Facendo stretto uso della definizione 2.3.1., la precedente DEF. 3.1. può essere riformulata come segue.

DEF. 3.1'. Con riferimento alle DEF. 2.1.2., 2.2.1., 2.3.1., diciamo che una **fa** $\delta \in \psi_A$ è *pragmaticamente valida*, o *p-valida* (rispettivamente, *pragmaticamente invalida* o *p-invalida*) sse, per ogni $\sigma \in \Sigma$, $\pi_\sigma(\delta) = J$ (rispettivamente, $\pi_\sigma(\delta) = U$).

Poiché la nostra pragmatica non è J-funzionale (vedi *osservazione 2.2.*) non si può dare alcuna procedura generale (diretta) di decisione per tutte le **fa** pragmaticamente valide. Perciò presentiamo nella seguente proposizione un insieme di criteri che si possono stabilire facendo uso di RJ1 - RJ3 nella DEF. 2.3.1. e di DEF. 3.1'.; questi saranno usati nel seguito per riconoscere sottoinsiemi fondamentali di **fa** pragmaticamente valide.

PROP. 3.1. Con riferimento alle DEF. 2.1.2., 2.2.1., 2.3.1. e 3.1'., valgono i seguenti criteri di validità pragmatica (VP) in ψ_A

VP1 - Sia $\alpha \in \psi_R$; allora la **fa** elementare $\vdash \alpha \in \psi_A^e$ è p-valida (rispettivamente p-invalida) *sse* $\alpha \in T^{\text{v}}$ (rispettivamente, $\alpha \in T^{\perp}$).

VP2 - Sia $\delta \in \psi_A$; allora la **fa** $N\delta \in \psi_A$ è p-invalida *se* δ è p-valida (quindi δ è p-invalida *se* $N\delta$ è p-valida).

VP3 - Siano δ_1, $\delta_2 \in \psi_A$; allora la **fa** $\delta_1 K\ \delta_2 \in \psi_A$ è p-valida *sse* δ_1 e δ_2 sono p-valide.

VP4 - Siano δ_1, $\delta_2 \in \psi_A$; allora la **fa** $\delta_1 C\ \delta_2 \in \psi_A$ è p-valida *sse* esiste una prova che per ogni $\sigma \in \Sigma$, $\pi\sigma(\delta_2) = J$ ogni volta che $\pi\sigma(\delta_1) = J$.

VP5 - Siano δ_1, $\delta_2 \in \psi_A$; allora la **fa** $\delta_1\ E\ \delta_2 \in \psi_A$ è p-valida *sse* esiste una prova che per ogni $\sigma \in \Sigma$, $\pi\sigma(\delta_1) = J$ se e solo se $\pi\sigma(\delta_2) = J$.

VP6 - Siano δ_1, $\delta_2 \in \psi_A$ e sia la **fa** $\delta_1 C\ \delta_2$ p-valida; allora se δ_1 è p-valido, anche δ_2 è p-valido.

[Per semplicità omettiamo la dimostrazione dei criteri di validità sopra esposti].

Esiste un modo *indiretto* di ottenere un criterio generale per la validità pragmatica in L_e^p. A tal fine introduciamo una estensione L'^p_e del linguaggio L_e^p ottenuta aggiungendo ai segni logico-semantici nell'alfabeto A_e^p l'operatore modale «P», (interpretato come «provato» o «provabile», a seconda che la nozione di prova venga interpretata come attuale o potenziale, vedi *Oss. 2.3.1.*) e alle regole di formazione per formule radicali nella DEF. 2.1.2., la seguente regola.

RFR$_4$. Sia α una **fr**; allora $P\alpha$ è una **fr**.

Quindi si possono stabilire le seguenti corrispondenze in L'^{p}_{c}, mediante il seguente schema di correlazione (dove α, α_1, α_2 $\in$ ψ_R):

SCHEMA C

$$
\begin{array}{r|l}
\vdash \alpha & P\alpha \\
N \vdash \alpha & P \neg P_{\alpha} \\
\vdash \alpha_1 \; K \vdash \alpha_2 & P\alpha_1 \wedge P\alpha_2 \\
\vdash \alpha_1 \; A \vdash \alpha_2 & P\alpha_1 \vee P\alpha_2 \\
\vdash \alpha_1 \; C \vdash \alpha_2 & P(P\alpha_1 \rightarrow P\alpha_2) \\
\vdash \alpha_1 \; E \vdash \alpha_2 & P(P\alpha_1 \leftrightarrow P\alpha_2)
\end{array}
$$

In base a questa corrispondenza ogni **fa** che compare a sinistra è giustificata quando la corrispondente **fr** modale che compare a destra è vera (rispetto a una opportuna interpretazione kripkiana), e viceversa. Questa corrispondenza si dimostra facilmente osservando che le **fr** modali che compaiono a destra non fanno altro che esplicitare le condizioni di giustificazione stabilite dalle regole pragmatiche per le corrispondenti **fa** che compaiono a sinistra.

In questo modo un criterio di validità per le formule assertive di L^{p}_{c} può essere ottenuto, attraverso le precedenti correlazioni, utilizzando il criterio di validità semantica per le formule radicali di un linguaggio modale che dispone di una semantica model-teorica di tipo kripkiano. Va osservato che la correlazione precedente è l'analogo della correlazione utilizzata per la traduzione modale della logica intuizionistica (vedi Introduzione). Di questo criterio indiretto faremo uso della SEZ. 5.2. per dimostrare la completezza della nostra traduzione di CPI.

4. APPLICAZIONI

Facendo uso dei criteri di validità pragmatica elencati nella PROP. 3.1. si possono ottenere **fa** p-valide. Discuteremo ora alcuni esempi che illustrano le relazioni esistenti tra connettivi semantici e connettivi pragmatici, e che sono di particolare importanza per la traduzione di CPC e di CPI in L^{p}_{c}.

Siano α, α_1, α_2 $\in$ ψ_R; allora le seguenti **fa** sono p-valide:

i) $(\vdash(\neg\ \alpha))\ C\ (N\ \vdash\ \alpha)$
ii) $((\vdash\ \alpha_1)\ K\ (\vdash\ \alpha_2))\ E\ (\vdash\ (\alpha_1\ \wedge\ \alpha_2))$
iii) $((\vdash\ \alpha_1)\ A\ (\vdash\ \alpha_2))\ C\ (\vdash\ (\alpha_1\ \vee\ \alpha_2))$
iv) $(\vdash\ (\alpha_1\ \rightarrow\ \alpha_2))\ C\ ((\vdash\ \alpha_1)\ C\ (\vdash\ \alpha_2))$
v) $(\vdash\ (\alpha_1\ \leftrightarrow\ \alpha_2))\ C\ ((\vdash\ \alpha_1)\ E\ (\vdash\ \alpha_2))$

La prova che (i)-(v) sono p-valide è piuttosto semplice; ci limitiamo qui a dare qualche suggerimento al lettore.

La validità di (i) è provabile facendo uso della RJ2, della DEF. 2.3.1. e della VP4 della PROP. 3.1.

La validità di (ii) è provabile facendo uso della RJ3-(i) della DEF. 2.3.1. e della VP5 della PROP. 3.1.

La validità delle (iii)-(v) è provabile facendo uso della RJ3 (ii)-(iv) della DEF. 2.3.1. rispettivamente, e della VP4 PROP. 3.1.

La validità pragmatica delle formule (i)-(v) stabilisce alcune relazioni fondamentali tra connettivi semantici e pragmatici. Le seguenti **fa** stabiliscono alcune ulteriori connessioni tra $\neg$ e N.

vi) $\vdash\ (\alpha\ \leftrightarrow\ \neg\neg\ \alpha)$
vii) $(\vdash\ \alpha)\ E\ (\vdash\ (\neg\ \neg\ \alpha))$
viii) $(\vdash\ \alpha)\ C\ (N\ (N\ \vdash\ \alpha))$
ix) $(N\ (N\ (N\ \vdash\ \alpha)))\ E\ (N\ \vdash\ a)$

Ancora ci limitiamo a dare qualche indicazione per la prova della p-validità di (vi)-(ix);

La validità di (vi) è provabile facendo uso della VP1 della PROP. 3.1.

La validità di (vii) è provabile facendo uso della precedente formula (vi) e della VP5 della PROP. 3.1.

La validità di (viii) e (ix) è provabile facendo uso ripetuto della RJ2 nella DEF. 2.3.1. e della VP4 della PROP. 3.1.

Deve essere osservato che le inverse di (i), (iii), (iv), (v) e (viii) non sono p-valide. Di conseguenza le seguenti formule ottenute sostituendo il connettivo E al posto del connettivo C in (i), (iii), (iv), (v) e (viii) non sono p-valide.

i*) $\vdash\ (\neg\ \alpha)\ E\ (N\ \vdash\ \alpha)$
iii*) $((\vdash\ \alpha_1)\ A\ (\vdash\ \alpha_2))\ E\ (\vdash\ (\alpha_1\ \vee\ \alpha_2))$
iv*) $\vdash\ (\alpha_1\ \rightarrow\ \alpha_2)\ E\ ((\vdash\ \alpha_1)\ C\ (\vdash\ \alpha_2))$

v*) $((\vdash \alpha_1)\ E\ (\vdash \alpha_2))\ E\ (\vdash (\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2))$
viii*) $(\vdash \alpha)\ E\ (N\ (N \vdash \alpha))$

È facile dimostrare che queste formule non sono p-valide. Consideriamo per esempio la (iii*) e sostituiamo α e $\neg\ \alpha$ in luogo di α_1 e α_2 rispettivamente. Così da (iii*) otteniamo

$$((\vdash \alpha)\ A\ (\vdash \neg\ \alpha))\ E\ (\vdash (\alpha \vee \neg\ \alpha)).$$

Ora, $\alpha \vee \neg\ \alpha \in T$, quindi, per il PV, Prop. 3.1., «$\vdash (\alpha \vee \neg\ \alpha)$» è una **fa** p-valida, mentre «$(\vdash \alpha)\ A\ (\vdash \neg\ \alpha)$», che si può considerare una versione forte del Principio del Terzo Escluso, non è p-valida, come si può facilmente vedere considerando la RJ3 - (ii) nella Def. 2.3.1.

Un ulteriore sottoinsieme di **fa** che non sono p-valide può essere ottenuto considerando analoghi pragmatici delle leggi di De Morgan per la logica classica, che danno le seguenti formule **fa**:

x*) $((\vdash \alpha_1)\ K\ (\vdash \alpha_2))\ E\ (N\ ((N\ (\vdash \alpha_1))\ A\ (N\ (\vdash \alpha_2))))$
xi*) $((\vdash \alpha_1)\ A\ (\vdash \alpha_2))\ E\ (N\ ((N\ (\vdash \alpha_1))\ K\ (N\ (\vdash \alpha_2))))$
xii*) $((N\ (\vdash \alpha_1))\ A\ (\vdash \alpha_2))\ E\ ((\vdash \alpha_1)\ C\ (\vdash \alpha_2)$.

Sono però valide le seguenti fa, che mostrano che le leggi di De Morgan valgono a livello pragmatico in una forma indebolita:

x) $((\vdash \alpha_1)\ K\ (\vdash \alpha_2))\ C\ (N\ ((N\ (\vdash \alpha_1))\ A\ (N\ (\vdash \alpha_2))))$
xi) $((\vdash a_1)\ A\ (\vdash \alpha_2))\ C\ (N\ ((N\ (\vdash \alpha_1))\ K\ (N\ (\vdash \alpha_2))))$
xii) $((N\ (\vdash \alpha_1))\ A\ (\vdash \alpha_2))\ C\ ((\vdash \alpha_1)\ C\ (\vdash \alpha_2))$.

La dimostrazione della p-validità di (x)-(xii) è lasciata al lettore.

5. Traduzione di CPC e di CPI in L^p_c

In questa sezione forniremo una traduzione in L^p_c della versione del Calcolo Proposizionale Classico CPC introdotta in Mendelson (1964) e in Rogers (1971) e una traduzione della versione del Calcolo Proposizionale Intuizionistico CPI introdotta in Van Dalen (1986) (che per brevità omettiamo di riportare).

5.1. *Calcolo Proposizionale Classico*

Introduciamo una struttura isomorfa al nostro calcolo proposizionale classico CPC entro il nostro linguaggio formalizzato L_c^p.

DEF. 5.1.1. Facciamo riferimento alla DEF. 2.1.2. e siano α_1, α_2, $\alpha_3 \in \psi_R$. Denotiamo con ACPC il calcolo formale consistente dell'insieme di tutte le **fa** elementari p-valide di L_c^p, dotato dei seguenti schemi di assiomi:

A_1: $\vdash (\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_1))$
A_2: $\vdash ((\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_3)) \rightarrow ((\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow \alpha_3)))$
A_3: $\vdash ((\neg \alpha_2 \rightarrow \neg \alpha_1) \rightarrow ((\neg \alpha_2 \rightarrow \alpha_1) \rightarrow \alpha_2))$

e delle seguenti regole di trasformazione (RT):

$$\text{RT1: } \frac{\vdash \alpha_1, \ \vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)}{\vdash \alpha_2}$$

RT2: Regola di rimpiazzamento definizionale tra formule radicali.

Allora vale la seguente proposizione che stabilisce due proprietà fondamentali del calcolo ACPC introdotto sopra.

PROP. 5.1.1. Con riferimento alle DEF. 2.1.2. e 5.1.1. valgono i seguenti enunciati:

(i) (Teorema di *correttezza* per ACPC) Ogni teorema di ACPC è una **fa** elementare p-valida di L_c^p
(ii) (Teorema di *completezza* per ACPC) Ogni **fa** elementare p-valida di L_c^p è un teorema di ACPC.

Dimostrazione - Consideriamo il calcolo proposizionale classico CPC il cui alfabeto A_c consiste dei segni descrittivi, logico-semantici, e ausiliari di A_c^p, il cui insieme $\psi_C = \psi_R$ delle formule ben formate (fbf) si ottiene mediante le regole RFR1-RFR3 nella definizione 2.1.2., il cui insieme di (schemi di) assiomi è $\{A'_1, A'_2, A'_3\}$, con

A'_1: $(\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_1)$
A'_2: $((\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_3)) \rightarrow ((\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow \alpha_3))$
A'_3: $((\neg \alpha_2 \rightarrow \neg \alpha_1) \rightarrow ((\neg \alpha_2 \rightarrow \alpha_1) \rightarrow \alpha_2))$

e il cui insieme di regole di inferenza si riduce alla regola del Modus Ponens e alla regola di Rimpiazzamento Definizionale. È ben noto che CPC è corretto e completo rispetto alla semantica introdotta in DEF. 2.2.1., cioè che ogni fbf in CPC è un teorema sse è una tautologia.

Ora consideriamo i nostri assiomi A_1-A_3: è evidente che essi sono formule assertive ottenute premettendo a A'_1-A'_3 il segno di asserzione ($\vdash$). Una procedura analoga trasforma la regola del Modus Ponens di CPC nella Regola di Inferenza RT1 nella DEF. 5.1.1. Pertanto, ogni **fa** di ACPC risulta essere un teorema in ACPC sse la sua componente radicale è un teorema in CPC, cioè, a causa del nostro ragionamento precedente, sse la sua componente radicale è una tautologia di ψ_R. Facendo uso di VP1 nella PROP. 3.1. concludiamo che una **fa** di ACPC è un teorema sse è una **fa** elementare p-valida di L^p_c; il che prova entrambi i teoremi (i) e (ii).

Osservazione 5.1.1. Considerando la dimostrazione della proposizione 5.1.1. vediamo che il calcolo proposizionale CPC può essere applicato biiettivamente nel calcolo formale ACPC costruito in L^p_c, cosicché ogni teorema di CPC corrisponde a un teorema di ACPC e viceversa. (Di fatto CPC ha ispirato la nostra definizione di ACPC). Possiamo così affermare che abbiamo ritrovato un calcolo proposizionale classico nel nostro linguaggio classico esteso pragmaticamente L^p_c, e che questo calcolo è una versione del calcolo presentato originariamente nella «Ideografia» di Frege.

Deve essere osservato che questo risultato non dipende dalla scelta di un particolare CPC; infatti ogni calcolo proposizionale classico CPC', logicamente equivalente a CPC, potrebbe essere usato in luogo di CPC.

5.2. *Calcolo Proposizionale Intuizionistico*

Introduciamo ora una struttura isomorfa al nostro calcolo proposizionale intuizionistico CPI entro il nostro linguaggio formalizzato L^p_c.

DEF. 5.2.1. Con riferimento alla definizione 2.1.2., chiamiamo insieme delle **fa** intuizionistiche di L^p_c il sottoinsieme ψ^I_A di ψ_A costruito mediante le seguenti regole:

RI. Sia α^* una **fr** atomica, cioè $\alpha^* \in \psi^A_R$; allora $\vdash \alpha^* \in \psi^I_A$

RI. Sia δ^{*} una **fa** contenente solo **fr** atomiche, cioè $\delta^{*} \in \psi^{\prime}_{A}$; allora $N\ \delta^{*} \in \psi^{\prime}_{A}$.

RI. Sia $\delta^{*}_{1}, \delta^{*}_{2} \in \psi^{\prime}_{A}$; allora δ^{*}_{1} K δ^{*}_{2}, δ^{*}_{1} A δ^{*}_{2}, δ^{*}_{1} C δ^{*}_{2}, δ^{*}_{1} E $\delta^{*}_{2} \in \psi^{\prime}_{A}$.

Sia $\delta^{*}_{1}, \delta^{*}_{2}, \delta^{*}_{3} \in \psi^{\prime}_{A}$; chiamiamo ACPI il calcolo formale consistente nell'insieme di tutte le **fa** intuizionistiche p-valide di L^{P}_{c}, dotato dei seguenti schemi di assiomi:

AI1. $\delta^{*}_{1}C\ (\delta^{*}_{2}\ C\ \delta^{*}_{1})$
AI2. $(\delta^{*}_{1}C\ \delta^{*}_{2})\ C\ ((\delta^{*}_{1}\ C\ (\delta^{*}_{2}\ C\ \delta^{*}_{3}))\ C\ (\delta^{*}_{1}C\ \delta^{*}_{3}))$
AI3. $\delta^{*}_{1}C\ (\delta^{*}_{2}C\ (\delta^{*}_{1}K\ \delta^{*}_{2}))$
AI4. $(\delta^{*}_{1}K\ \delta^{*}_{2})\ C\ \delta^{*}_{1}$
AI5. $\delta^{*}_{1}C\ (\delta^{*}_{1}A\ \delta^{*}_{2})$
AI6. $(\delta^{*}_{1}C\ \delta^{*}_{3})\ C\ ((\delta^{*}_{2}C\ \delta^{*}_{3})\ C\ ((\delta^{*}_{1}A\ \delta^{*}_{2})\ C\ \delta^{*}_{3}))$
AI7. $(\delta^{*}_{1}C\ \delta^{*}_{2})\ C\ ((\delta^{*}_{1}C\ (N\ \delta^{*}_{2}))\ C\ (N\ \delta^{*}_{1}))$
AI8. $\delta^{*}_{1}C\ (N\delta^{*}_{1}\ C\delta^{*}_{2})$

e della seguente regola di trasformazione:

$$\text{RT: } \frac{\delta_1,\ \delta_1\ C\ \delta_2}{\delta_2}$$

Vale allora la seguente proposizione, che stabilisce due proprietà fondamentali del calcolo formale ACPI introdotto sopra.

Prop. 5.2.1. Con riferimento alla Def. 2.3.1. e alla Def. 5.2.1. valgono i seguenti enunciati:

(i) (Teorema di *correttezza* per ACPI) Ogni teorema di ACPI è una **fa** intuizionistica p-valida di L^{P}_{c}.
(ii) (Teorema di *completezza* per ACPI) Ogni **fa** intuizionistica p-valida di L^{P}_{c} è un teorema di ACPI.

Dimostrazione - Si può provare che gli assiom AI1-AI8 sono **fa** p-valide di L^{P}_{c} per mezzo delle RJ1-RJ3 della Def. 2.3.1. e del criterio di validità pragmatica introdotto nella Prop. 3.1. (per esempio AI1 segue immediatamente da VP4; AI4 da VP3 e VP4; AI5 da VP4 e RJ3 - (ii), ecc.) o, alternativamente, tramite il criterio indiretto di validità pragmatica discusso in Sez. 3; inoltre la RT soddisfa il criterio VP6 della Prop. 3.1. Perciò il teorema (i) vale.

Non disponiamo ancora di una prova diretta del teorema (ii). Possiamo, tuttavia, provarlo facendo ricorso al criterio *indiretto* di validità pragmatica discusso nella SEZ. 3. Infatti, facendo uso delle correlazioni nello SCHEMA C otteniamo che ad ACPI corrisponde un sistema modale di tipo S4 nel senso che ad ogni teorema di ACPI corrisponde un teorema di S4, e viceversa. Poiché la completezza di S4 è provata rispetto alla classe di tutte le interpretazioni kripkiane con *relazione di accessibilità riflessiva* e *transitiva* (cfr. Hughes e Cresswell, 1968; e Chellas, 1980), possiamo trasferire la completezza di S4 a APCI facendo sempre uso delle correlazioni dello SCHEMA C.

Osservazione 5.2.1. È opportuno osservare esplicitamente che il sottoinsieme ψ^{i}_{A} introdotto nella DEF. 5.2.1. consiste di tutte quelle **fa** i cui componenti elementari hanno come sottoformule radicali esclusivamente **fr** atomiche, cioè lettere proposizionali. Allora gli assiomi AI1-AI8 e la regola RT riformulano tramite le **fa** in ψ^{i}_{A} il calcolo proposizionale intuizionistico CPI di Van Dalen. Quindi, ogni calcolo proposizionale intuizionistico CPI' ammette una traduzione canonica (forte, biiettiva) $\mathfrak{t}$ sul calcolo formale ACPI, che è tale che ogni lettera proposizionale è mappata su una **fa** elementare in ψ^{i}_{A}, ogni connettivo su un corrispondente connettivo in ACPI, ogni teorema su un teorema di ACPI. Possiamo così affermare che *abbiamo ritrovato un calcolo proposizionale intuizionistico nel nostro linguaggio classico pragmaticamente esteso* L^{P}_{C}.

In particolare sono rilevanti le seguenti **fa**, che sono toeremi di APCI (quindi, per la PROP. 5.2.1., **fa** p-valide di L^{P}_{C}) che riformulano noti teoremi intuizionistici:

(i) $(\vdash p)$ C $(N (N \vdash p))$ (legge debole della doppia negazione)
(ii) $(N (N (N \vdash p)))$ E $(N \vdash p)$ (legge di Brouwer)
(iii) $(\vdash p)$ C $((N \vdash p)$ C $(\vdash q)))$ (legge dello Pseudo-Scoto)

Va notato che le seguenti fa invece non corrispondono a teoremi intuizionistici e non sono p-valide:

(iv) $(\vdash p)$ E $(N (N \vdash p))$ (legge forte della doppia negazione)
(v) $(\vdash p)$ A $(\vdash (\neg p))$ (versione forte del principio del terzo escluso)
(iv) $(\vdash p)$ A $(N (\vdash p))$ (versione debole del principio del terzo escluso)

Osservazione 5.2.2. È evidente che nessuna **fa** p-valida è contenuta nell'intersezione del sottoinsieme ψ^{e}_{A} di tutte le **fa** elementari e del sottoinsieme ψ_A^i di tutte le **fa** intuizionistiche (che è costituito di **fa** elementari con componenti radicali esclusivamente atomiche). Quindi l'insieme V di tutte le **fa** p-valide di **fa** può essere ripartito come segue:

$$V = Vc \cup Vi \cup Vp$$

ove Vc è l'insieme di tutte le **fa** p-valide in ψ_A^c (equivalentemente, per la PROP. 5.1., l'insieme di tutti i teoremi di ACPC), Vi è l'insieme di tutte le **fa** p-valide in ψ_A^i (equivalentemente, per la PROP. 5.2.1. l'insieme di tutti i teoremi di ACPI)), e $Vp = V \backslash (Vc \cup Vi)$.

Segue dalla nostra analisi nelle sezioni 3-5 che una **fa** δ appartiene a Vc sse esiste una tautologia $\alpha \in \psi_R$ tale che $\delta = \vdash \alpha$, mentre δ appartiene a Vi sse prende la forma di una formula assertiva complessa che corrisponde a un teorema intuizionistico e contiene solo formule radicali atomiche. L'insieme Vp, al contrario, è costituito solo da formule assertive complesse p-valide che contengono almeno un radicale non atomico. Dovunque una formula assertiva $\delta \in Vp$ prende la forma $\delta = \delta_1 C\, \delta_2$, o $\delta = \delta_2 C\, \delta_1$, o $\delta = \delta_1 E\, \delta_2$, con $\delta_1 \in \psi_A^c$ e $\delta_2 \in \psi_A^i$, essa stabilisce una relazione fra connettivi semantici e pragmatici (principi ponte). E noi abbiamo già discusso alcuni esempi di **fa** p-valide di questo tipo (vedi le formule (i)-(iv) nella sezione 4).

6. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Concludiamo il nostro lavoro con alcune osservazioni che dimostrano come il nostro linguaggio classico pragmaticamente esteso L_C^P sia adeguato agli scopi per i quali è stato introdotto (vedi sez. 1.).

Uno di questi scopi, come si ricorderà, riguardava la risoluzione del conflitto tra le teorie corrispondentistiche (o classiche) e le teorie verificazionistiche (o intuizionistiche) della verità (e del significato) in una prospettiva integrazionistica.

Osserviamo preliminarmente che il limite delle teorie verificazionistiche della verità, riportate recentemente in auge da Dummett (1975, 1976, 1978, 1979, 1980, 1982), da Prawitz (1980, 1987) e, con alcune varianti, dall'ultimo Putnam (1978, 1979, 1980), consiste nel definire la nozione di *verità* in termini della nozione di *giustificazione* (o *prova* o *dimostrazione* o *verificazione* o *conferma*): *una proposizione è vera sse la sua asserzione è giustificata.*[1]

Si può infatti obbiettare che una posizione di questo tipo confonde la nozione *semantica* di verità (cioè il significato della parola «vero») con il criterio *pragmatico* di verità, il cui scopo è di provvedere un *test* per stabilire se un enunciato (o proposizione) è vero o è falso

[1] Va ricordato che la concezione verificazionistica della verità, in quanto esclude ogni nozione di verità che trascende l'ambito di ciò che è epistemicamente accessibile (o verificabile o asseribile), è classificata da Dummett come *anti-realistica*, in opposizione alla concezione corrispondentistica classica della verità, classificata come *realistica* in quanto ammette una nozione di verità che trascende l'accessibilità epistemica (o verificabilità o asseribilità).

In questo modo, l'opposizione *ontologica* (metafisica) tradizionale tra realismo e anti-realismo viene reinterpretata da Dummett in termini della opposizione *semantica* tra corrispondentismo e verificazionismo.

Sebbene questa reinterpretazione abbia indiscutibilmente il merito di catturare un aspetto epistemologico centrale della disputa tra realismo e anti-realismo (cfr. Loar, 1987), essa, tuttavia, altera sensibilmente le nozioni tradizionali (cfr. Taylor, 1987).

Nella accezione ontologica tradizionale, infatti, per realismo (sia platonico che materialista) s'intende la concezione secondo cui il mondo è costituito da stati di cose (fatti) e oggetti esterni indipendenti della mente, dalla esperienza o dalla osservazione, e per anti-realismo (che include l'idealismo, l'empirismo e il fenomenismo) la concezione secondo cui il mondo è costituito da stati di cose e oggetti mentali o empirici o fenomenici.

Nella accezione semantica dummettiana, invece, per realismo s'intende la concezione secondo cui gli enunciati (o le proposizioni da essi espresse) possono avere valori di verità non accessibili epistemicamente, cioè trascendenti la (possibilità di) verificazione o falsificazione, e per anti-realismo la concezione secondo cui la verità o falsità degli enunciati coincide con (o almeno implica) la loro verificabilità o falsificabilità.

Naturalmente le due accezioni non sono irrelate; ma neanche coincidono, come mostra il fatto che la teoria corrispondentistica della verità è *neutrale* rispetto alla accezione ontologica, in quanto non dipende dal modo in cui viene concepita la natura del mondo (in questo senso Tarski poteva coerentemente affermare sia che la sua teoria semantica della verità era una ricostruzione della teoria corrispondentistica classica sia che essa era filosoficamente neutrale), mentre è *realistica* rispetto alla accezione semantica dummettiana, in quanto ammette una nozione di verità (e di falsità) trascendente la verificabilità (e la falsificabilità). Trascurando questa differenza, Dummett è giunto alla conclusione che la teoria tarskiana della verità, in quanto è effettivamente neutrale, non fornisce affatto una esplicazione della teoria corrispondentistica classica, ma solo un metodo puramente formale per costruire definizioni di «vero in L», ove L è un linguaggio opportunamente formalizzato.

Va infine osservato che l'attacco di Dummett al realismo dipende dalla tesi secondo cui una teoria adeguata del significato deve fornire una spiegazione della *comprensione* del significato da parte dei parlanti. Ma in questo modo Dummett elude la differenza fondamentale tra una teoria *semantica* del significato, che richiede solo la specificazione delle *condizioni di verità* (in senso classico) degli enunciati e una teoria *pragmatica* della comprensione del significato, che sembra ragionevolmente richiedere anche la specificazione delle *condizioni di asseribilità* (o di *giustificazione* (degli enunciati (cfr. Moriconi e Napoli, 1987). Possiamo pertanto affermare che alla base dell'anti-realismo dummettiano c'è la stessa confusione tra *semantica* e *pragmatica* che caratterizza l'identificazione di verità e giustificazione operata dalle teorie verificazionistiche.

(cfr. Haack, 1978, VII, I); e già Russell (1940, capp. 20-23 e 1950), Carnap (1949) e Popper (1969, Introd. e cap. 10) avevano individuato nel mancato riconoscimento della distinzione tra «verità» e «criterio di verità» (o «giustificazione») una seria fonte di confusioni ed errori.

Tenendo conto di queste obiezioni, la nozione semantica (tarskiana) di verità (che assumiamo con Tarski coincidere con la nozione corrispondentistica classica) viene preservata e integrata, nel nostro approccio, con la nozione pragmatica di giustificazione, interpretata come un distinto criterio di verità, anziché come una nozione alternativa (non corrispondentistica) di verità. Nel nostro contesto, pertanto, *verità* e *giustificazione* appaiono come nozioni appartenenti ad ambiti semiotici differenti, dotate di differenti controparti sintattiche e integrate in una prospettiva logico-semiotica più ampia. In particolare la nozione di *verità* viene definita in termini tarskiani classici nella semantica di L^p_c relativamente alle sole formule radicali di L^p_c (cfr. sez. 3.1.), mentre la nozione di *giustificazione* viene definita in termini di *prova* nella pragmatica di L^p_c relativamente alle sole formule assertive di L^p_c e in modo tale che il valore di giustificazione di una formula assertiva viene a dipendere dai valori di verità delle sue sottoformule radicali (cfr. sez. 3.2.).[2]

Prima di procedere, ci sembra interessante illustrare un po' più in dettaglio i motivi che suggeriscono una netta distinzione tra verità e giustificazione.

Senza riprendere tutti gli argomenti degli autori che hanno criticato le teorie verificazionistiche della verità (cfr., per es., Strawson, 1976-77, Peacocke, 1981, McDowell, 1981, Appiah, 1986 e Loar, 1987), considereremo qui soltanto due ragioni intuitive per distinguere le due suddette nozioni come si è fatto in L^p_c.

Una prima ragione è costituita da un'idea suggerita da Russell

---

[2] Va rilevato che in questo modo L^p_c incorpora la prospettiva logico-semiotica integrazionista di Morris e Carnap. In particolare la nozione astratta di *asserzione*, formalizzata in L^p_c, può essere considerata come un primo fondamentale passo verso la costruzione, suggerita da Morris (1963) e accolta da Carnap (1963), di una pragmatica *pura* (o *logica* o *formale*), coordinata con una sintassi *pura* e con una semantica *pura*, in modo da estendere la logica fino a includere la pragmatica pura, rendendo così la nozione di logica coestensiva con l'intero campo della semiotica pura in conformità con una idea originariamente avanzata da Peirce (cfr. Morris, 1963).

(1940, cap. 20), da Carnap (1966, cap. XXI) e da Popper (1969, Introd. e cap. 10), secondo cui la nozione pragmatica di *giustificazione* (o *prova* o *verificazione*) presuppone la nozione semantica di verità come concetto regolativo, dal momento che intuitivamente provare (o verificare) una proposizione significa provare che il suo valore di verità è il vero.

Questa idea, del tutto plausibile, trova una formalizzazione adeguata nella pragmatica di L^P_c tramite la regola RJ1 (sez. 2.3.) che definisce la *giustificazione* di una formula assertiva (elementare) di L^P_c in termini della *prova della verità* della sua sottoformula radicale.

Una seconda ragione è che sembra del tutto plausibile riconoscere che un enunciato può essere vero (o falso) indipendentemente dalla nostra capacità di riconoscerlo come tale: esistono in effetti infinite verità (e falsità), sia fattuali che logico-matematiche, che ci sono epistemicamente inaccessibili (cfr. Bradley and Swartz, 1979, pp. 167-168 e 172-174). Questo punto di vista è implicito nella concezione classica della verità e del significato, secondo cui un enunciato è significante e, quindi, ha un valore di verità, sse:
i) è sintatticamente corretto (ben formato),
ii) ogni espressione che ricorre in esso è interpretata, cioè dotata di significato (cfr. Carnap, 1932 e Russell, 1940, cap. 17).

Può allora accadere che le condizioni i) e ii) siano entrambe soddisfatte da un enunciato (e, di conseguenza, l'enunciato sarà o vero o falso) e che, tuttavia, non sia possibile decidere quale sia il suo valore di verità, se il vero o il falso: esistono, cioè, nella concezione classica, enunciati significativi (e quindi veri o falsi) che sono *indecidibili*, nel senso che non può venire provata né la loro verità né la verità delle loro negazioni.

È interessante osservare che questo punto di vista classico trova adeguata espressione in L^P_c. Poiché, infatti, in questo linguaggio *giustificazione* e *verità* appaiono, come s'è detto, come nozioni distinte (in termini più tecnici, la funzione di assegnamento semantico σ assegna un valore di verità a ogni formula radicale di L^P_c in modo indipendente dal valore di giustificazione che la funzione di assegnamento pragmatico $\Pi\sigma$, associata a σ, assegna alla corrispondente formula assertiva di L^P_c), accade che anche le nozioni di decidibilità/indecidibilità possono essere facilmente introdotte in modo nettamente distinto dalle nozioni di verità/falsità assumendo che una formula radicale α sia detta *decidibile* in L^P_c sse la formula assertiva $\vdash$ (α) A $\vdash$

($\neg$ α) costruita su α, è *giustificata* in L_c^p (α sarà detta *indecidibile* in caso contrario).

Va inoltre osservato che le nozioni di *verità* e *giustificazione*, così come vengono definite rispettivamente nella semantica e nella pragmatica di L_c^p, presentano anche un differente comportamento logico. Infatti, mentre la funzione di assegnamento semantico $\mathfrak{s}$ soddisfa le regole di verità RV1-RV2 (vedi sez. 3.1.) che definiscono il significato dei connettivi semantici in modo conforme alle leggi della logica classica, la funzione di assegnamento pragmatico $\Pi\sigma$ soddisfa le regole di giustificazione RJ2-RJ3 (vedi sez. 3.2.) che definiscono il significato dei connettivi pragmatici in modo conforme a leggi logiche di tipo intuizionistico. Ne segue che, mentre la nozione semantica di *verità* soddisfa tutte le leggi della logica classica, la nozione pragmatica di *giustificazione* soddisfa, invece, leggi logiche di tipo intuizionistico. In questo modo, in L_c^p viene recuperata in una prospettiva integrazionistica, una tesi di fondo di Dummett, secondo cui il passaggio da una teoria corrispondentistica (realistica) a una teoria verificazionistica (anti-realistica) della verità (e del significato) involge una revisione in senso intuizionistico della logica.

Abbiamo così discusso le principali ragioni che suggeriscono l'integrazione delle nozioni di *verità* e *giustificazione* realizzata in L_c^p. Notiamo ora che questa integrazione, come suggerisce l'ultima osservazione svolta, prepara la strada al raggiungimento del secondo obbiettivo che ci siamo proposti di raggiungere col nostro lavoro: risolvere il conflitto tra logica classica e logica intuizionistica in una prospettiva integrazionistica in cui sia salvaguardato il principio di globalità (o universalità) della logica come fondamentale criterio di razionalità.

La ragione per cui si richiede la risoluzione di tale conflitto è che due logiche alternative, essendo tra loro incompatibili, non possono essere entrambe corrette, ma almeno una deve essere scorretta. In questo modo, se la logica intuizionistica costituisce effettivamente una alternativa alla logica classica, allora la sua accettazione non può che implicare, come sostengono gli intuizionisti, il rifiuto della logica classica. Ma, come è stato osservato dai Kneale (1962, IX, 5), è difficile immaginare come si possa rinunciare alla logica classica e continuare a ragionare. Così, se non si vuole rinunciare alla logica intuizionistica (e ci sono buone ragioni per non farlo) occorre ripristinare la sua compatibilità con la logica classica.

Prima di discutere come una soluzione adeguata a questo problema sia fornita dalla nostra traduzione del calcolo proposizionale classico (CPC) e del calcolo proposizionale intuizionistico (CPI) in L^p_c, ricordiamo che alcuni tentativi di ripristinare la compatibilità tra logica classica e logica intuizionistica sono stati fatti introducendo una concezione «localista» della logica che relativizza la correttezza delle due logiche a punti di vista o contesti teorici differenti (cfr. Dalla Chiara, 1974, cap. 6). Tuttavia, questi tentativi hanno il difetto di far dipendere completamente la logica dai differenti ambiti di indagine o teorie: ogni teoria può venir così dotata di una sua propria logica specifica. Ma in questo modo la tesi della universalità della logica viene negata e con essa viene meno un importante criterio di valutazione razionale (cfr. Haack, 1978, cap. 12). Inoltre, questi tentativi, come ha osservato Prawitz (1980), non sono neanche in grado di eliminare effettivamente il conflitto tra le due logiche.

Consideriamo ora le traduzioni del calcolo proposizionale classico (CPC) e del calcolo proposizionale intuizionistico (CPI) in L^p_c, che fanno corrispondere al primo, il calcolo ACPC introdotto nella sez. 5.1., e al secondo, il calcolo ACPI introdotto nella sez. 5.2. Queste traduzioni sono del tutto compatibili tra loro, essendo ACPC e ACPI relativi a insiemi differenti di formule p-valide di L^p_c; ACPC si riferisce, infatti, all'insieme Vc delle formule assertive elementari (con radicali tautologici), ACPI, invece, all'insieme Vi delle formule assertive complesse con radicali atomici (ove la restrizione sui radicali cattura il carattere costruttivo della logica intuizionistica). In questo modo, a differenza di quanto accade per CPC e CPI, che si presentano come sistemi alternativi incompatibili, ACPC e ACPI si configurano come integrazioni reciproche; diviene così possibile asserire la compatibilità del calcolo classico e del calcolo intuizionistico e viene recuperata l'universalità della logica nel senso del «pluralismo globale» (vedi sez. I).

Va notato che le nostre traduzioni di CPC e CPI in L^p_c si attengono strettamente alla tesi di Quine (1970, cap. 6) secondo cui il cambiamento di logica equivale al cambiamento di argomento («change of logic, change of subject»); tesi che è alla base del punto di vista classificato come «pluralismo globale» (cfr. Haack, 1978, cap. 12). Infatti L^p_c possiede un vocabolario logico più ampio di quello classico, che include, oltre i connettivi semantici, anche i connettivi pragmatici, e le tesi logiche di ACPC concernono il comportamento formale dei connettivi semantici, mentre le tesi logiche di ACPI concernono il comportamento formale dei connettivi pragmatici. I connettivi nei due calcoli, inoltre, sono interpretati in modi semioticamenti diversi ed anche da questo punto di vista la conflittualità fra i due sistemi logici è eliminata.

Va inoltre sottolineato che la traduzione pragmatica di CPI in L^p_c non implica alcuna ascesa di livello linguistico, a differenza di quanto accade, invece, nella traduzione modale di CPI (come abbiamo mostrato nella sez. 3, facendo uso dello SCHEMA C). Conseguentemente, la nostra interpretazione pragmatica della logica intuizionistica in termini della nozione di *giustificazione* risulta maggiormente fedele all'interpretazione standard, e, nello stesso tempo, permette di gettar luce su quelli che sono stati chiamati da Van Dalen (1986) «i misteri della verità intuizionistica».

Osserviamo, infine, che L^p_c è suscettibile di venir ulteriormente esteso in due modi.

Il primo modo consiste nell'arricchire l'apparato dei segni logico-semantici e dei segni descrittivi appartenenti al vocabolario A^p_c di L^p_c, mediante l'introduzione di quantificatori, di operatori modali (aletici ed epistemici) e di variabili e costanti individuali e predicative, estendendo conformemente l'apparato delle formule radicali di L^p_c in modo da recuperare in L^p_c la logica dei predicati (classica ed intuizionistica) e la logica modale, aletica ed epistemica.

Il secondo modo di estendere L^p_c consiste nell'arricchire l'apparato dei segni logico-pragmatici di A^p_c, introducendo, oltre al segno di asserzione, altri segni di modo pragmatico, quali, per es., i segni di interrogazione, di comando e di modalità deontica, estendendo conformemente l'apparato delle formule enunciative di L^p_c in modo da recuperare in L^p_c, su una *base intuizionistica* (indotta dalla interpretazione dei connettivi pragmatici), la logica erotetica, la logica degli imperativi e la logica deontica (intesa come logica degli *enunciati normativi*, anziché come logica degli *enunciati descrittivi di norme*). Notiamo che una tale estensione di L^p_c permette di costruire, su una base di tipo intuizionistico ed entro la prospettiva logico-semiotica integrazionista di Morris e Carnap (cfr. la nota (2)), quella «logica illocutoria» recentemente suggerita da Searle e Vanderveken (1985) (cfr. sez. 1.).

Tenendo conto di entrambi questi sviluppi – che ci proponiamo di presentare in lavori successivi – possiamo affermare che L^p_c fornisce un quadro unificante di notevole potere espressivo, in grado di integrare in una prospettiva «globalista» i principali sistemi logici.

Riferimenti bibliografici

Appiah, A. (1986) *For Truth in Semantics*, Basil Blackwell, Oxford.

Bradley, R. and Swartz, N. (1979) *Possible Worlds. An Introduction to Logic and its Philosophy*, Basil Blackwell, Oxford.

Carnap, R. (1932) *Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache*, in «Erkenntnis», II, pp. 219-241 (trad. it. *Il superamento della metafisica mediante l'analisi logica del linguaggio*, in Pasquinelli, A. (a cura di) *Noempirismo*, Utet, 1969, pp. 504-532).

(1949) *Truth and Confirmation*, in Feigl, H. and Sellars, W. (eds.) *Readings in Philosophical Analysis*, Appleton - Century - Crofts, Inc., New York, pp. 119-127.

(1963) *Charles Morris on pragmatism and logical empiricism*, in Schilpp, P. A. (ed.) *The Philosophy of Rudolf Carnap*, Vol. II, the Library of Living Philosophers, Inc., (trad. it. *La filosofia di R. Carnap*, Il Saggiatore, 1974, vol. II, pp. 837-839).

(1966) *Philosophical Foundations of Physics*, Basic Books, Inc. (trad. it. *I fondamenti filosofici della fisica*, Il Saggiatore, 1971).

Chellas, B. (1980) *Modal logic: an introduction*, Cambridge University Press, Cambridge.

Dalla Chiara, M. L. (1974) *Logica*, ISEDI, Milano.

Dummett, M. (1975) *What is a Theory of Meaning? 1*, in Guttenplan, S. D. (ed.) *Mind and Language*, Oxford University Press, Oxford, pp. 97-138.

(1976) *What is a Theory of Meaning? 2*, in Evans, G. and McDowell, J. (eds.) *Truth and Meaning*, Clarendon Press, Oxford, pp. 67-137.

(1977) *Elements of Intuitionism*, Claredon Press, Oxford.

(1978) *Truth and Other Enigmas*, Duckworth, Worcester (trad. it. parziale *La verità ed altri enigmi*, Il Saggiatore, 1986).

(1979) *What Does The Appeal To Use Do for the Theory of Meaning?*, in Margalit, A. (ed.), *Meaning and Use*, Reidel, Dordrecht (trad. it. in Bottani-Penco (a cura di) *Significato e teorie del linguaggio*, Angeli, 1991)

(1980) *Comments on Professor Prawitz's Paper*, in Von Wright, G. H. (ed.) *Logic and Philosophy / Logique et Philosophie*, Martinus Nijhoff publishers, pp. 11-18.

(1982) *Realism*, in «Synthese», 52, pp. 55-112.

Fitting, M. C. (1969) *Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing*, North-Holland, Amsterdam.

FREGE, G. (1879) *Begriffschrift*, Nebert. Halle (trad. it. *Ideografia* in Frege G., *Logica e Aritmetica*, Boringhieri, 1965, pp. 103-206).

(1891) *Function und Begriff*, in «Jenaschen Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft Jena (trad. it. *Funzione e Concetto*, in Frege, G., *Ricerche Logiche*», Calderini, 1970, pp. 105-126).

(1923) *Logische Untersunchungen*, in «Beiträge zur Philosophie des Deutschen Idealismus» (nuova trad. it., *Ricerche Logiche*, Guerini e Associati, 1988).

GÖDEL, K. (1933) *Eine Interpretation des Intuitionistischen Aussagenkalküls*, in «Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums, IV, pp. 39-40 (trad. it. in Casari E., *La Logica del Novecento*, Loescher, 1981, pp. 189-190).

HAACK, S. (1974) *Deviant Logic*, Cambridge University Press, Cambridge.

(1978) *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, Cambridge (trad. it. *Filosofia delle Logiche*, F. Angeli, 1983).

HEYTING, A. (1934) *Mathematische Grundlagenforschung. Intuitionismus, Beweistheorie* (vol. 3, n. 4 della serie «Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete», Berlin.

(1956) *Intuitionism. An Introduction*, North-Holland, Amsterdam.

HUGHES, G.E., CRESWELL, M. J. (1968) *An Introduction to Modal Logic*, Methuen and Co. ltd., London (trad. it. *Introduzione alla Logica Modale*, Il Saggiatore, 1973).

KNEALE, W. C. and KNEALE, M. (1962) *The Development of Logic*, Claredon Press, Oxford (trad. it. *Storia della logica*, Einaudi, 1972).

KREISEL, G. (1965) *Mathematical Logic*, in Saaty, T. L., (ed.), *Lectures on Modern Mathematics*, vol. III, Wiley and Sons, New York, pp. 95-195.

LOAR, B. (1987) *Truth Beyond All Verification*, in Taylor B. M. (ed.), *Michael Dummett*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, pp. 81-115.

MCDOWELL, J. (1981) *Anti-realism and the epistemology of understanding*, in Parrett, H. and Bouveresse, J. (ed.) *Meaning and Understanding*, de Gruyter, Berlin, pp. 225-248.

MCKINSEY, TARSKI, A. (1948) *Some Theorems about the Sentential Calculi of Lewis and Heyting*, in Journal of Simbolic Logic, vol. 13, pp. 1-15.

MENDELSON, E. (1964) *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Company, Princeton (trad. it., *Introduzione alla Logica Matematica*, Boringhieri, 1972).

MORICONI, E. (1987) *Dimostrazione e significato*, in «Lingua e Stile», XXII, 2, pp. 153-178.

MORRIS, C. (1963) *Pragmatism and logical Empiricism*, in Schilpp, P. A. (ed.) *The Philosophy of Rudolf Carnap*, vol. I, The Library of

Living Philosophers, Inc. (trad. it. *La filosofia di R. Carnap*, vol. I, Il Saggiatore, 1974, pp. 89-99).

PEACOCKE, C. (1981) *The theory of meaning in analytical philosophy*, in Fløistad, G. (ed.) *Contemporary philosophy*, vol. I, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, pp. 35-56.

POPPER, K. (1969) *Conjectures and Refutations*, Routledge and Kegan Paul, London (trad. it. *Congetture e Confutazioni*, Il Mulino, 1972).

PRAWITZ, D. (1977) *Meanings and Proofs: On the conflict between classical and intuitionistic Logic*, in «Theoria», n. 43, pp. 1-40.

(1980) *Intuitionistic Logic: a Philosophical Challenge*, in Von Wright, G. H. (ed,) *Logic and Philosophy / Logique et Philosophie*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, pp. 1-10 (trad. it. in Bottani-Penco (a cura di) *Significato e Teorie del linguaggio*, Angeli, 1991).

(1987) *Dummett on a Theory of Meaning and its Impact on Logic*, in Taylor, B. M. (ed.), *Michael Dummett*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, pp. 117-165.

PUTNAM, H. (1978) *Meaning and the Moral Sciences*, Routledge and Kegan Paul, London (trad. it. *Verità e Etica*, Il Saggiatore, 1982).

(1979) *Reference and Understanding*, in Margalit, A. (ed.) *Meaning and Use*, Reidel, Dordrecht.

(1980) *Referenza/verità*, in Enciclopedia Einaudi, vol. 11, pp. 724-740.

QUINE, W. V. (1970) *Philosophy of Logic*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J. (trad. it. *Logica e Grammatica*, Il Saggiatore, 1981).

REICHENBACH, H. (1947) *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York.

ROGERS, R. (1971) *Mathematical Logic and Formalized Theories*, North-Holland, Amsterdam (trad. it. Feltrinelli, 19).

RUSSELL, B. (1940) *An Inquiry into Meaning and Truth*, Allen and Unwin, London (trad. it. *Significato e verità*, Longanesi, 1963).

(1950) *Logical Positivism*, in «Revue Internationale de Philosophie», 4, pp. 3-19; ora in Russell, B. *Logic and Knowledge*, Allen and Unwin, London, 1956 (trad. it. *Logica e Conoscenza*, Longanesi, 1961).

SEARLE J.R., VANDERVEKEN, D. (1985) *Foundations of Illocutionary Logic*, Cambridge University Press, Cambridge.

STENIUS, E. (1969) *Mood and Language-Games*, in Davis, J. W., Hockney, D. J. and Wilson, W, K, (edited by), *Philosophical Logic*, Reidel, Dordrecht, pp. 251-271.

STRAWSON, P. (1976-77) *Scruton and Wright on Anti-Realism Etc.*, in «Procedings of the Aristotelian Society», 51, pp. 15-21.

TAYLOR, B. M. (1987) *Preface* to *Michael Dummett*, Martinus Nijhoff Publishers Dordrecht, pp. IX-XII.

TARSKI, A. (1933) *Pojecie prawdy w jezykosh nauk dedukcyjnych*, in «Acta Towarzystwej Naukowego i Literakiego Warszawskiego» fasc. 34, pp. V-116 (trad. it. *Il Concetto di Verità nei Linguaggi Formalizzati*, in Rivetti Barbò, F., *L'antinomia del Mentitore nel Pensiero Contemporaneo*, Vita e Pensiero, 1964, pp. 391-677).

(1944) *The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantics*, in «Phylosophy and Phenomenological research», n. IV; ora in Linsky, L. (ed.) *Semantics and the Philosophy of Language*, University of Illinois Press, 1952 (trad. it., *Semantica e Filosofia del Linguaggio*, Il Saggiatore, 1969).

VAN DALEN, D. (1986) *Intuitionistic Logic*, in Gabbay, D. and Guenthner, F. (ed.),*Handbook of Philosophical Logic*, vol. III (Alternatives to classical logic), Reidel, Dordrecht, pp. 225-239.