CARLO DALLA POZZA

UNA LOGICA PRAGMATICA PER LA CONCEZIONE «ESPRESSIVA» DELLE NORME

1. Introduzione

Il problema filosofico fondamentale delle norme, come riconosce Von Wright (1983), è se la logica può essere applicata alle norme (vedi, anche, Emiliani, 1989).
La rilevanza di questo problema si comprende facilmente se si considera che una teoria razionale delle norme e del discorso prescrittivo in generale è possibile solo se si possono stabilire relazioni logiche di compatibilità (coerenza), incompatibilità (incoerenza), equivalenza e inferenza tra norme.

Ora, secondo una concezione tradizionale, che risale ad Aristotele e che è ancora ampiamente condivisa, la logica si applica esclusivamente alle espressioni (formule, enunciati) dotate di valori di verità: la logica, si sostiene, è strettamente e indissolubilmente connessa alla nozione di «verità». Frege (1969, pp.70, 256, 258) ha espresso lo stesso punto di vista quando ha sostenuto che le leggi logiche sono le "leggi dell'essere vero". La connessione tra logica e verità si basa sul fatto che i connettivi logici (mediante i quali vengono connessi gli enunciati) e le relazioni logiche fondamentali sono definiti canonicamente in termini delle nozioni di verità e falsità (vedi Von Wright, 1983 e Alchourrón e Bulygin, 1981 e 1989).

Così, se si accetta il punto di vista tradizionale sulla logica, il «problema filosofico fondamentale delle norme» si riduce al problema se le norme sono dotate o meno di valori di verità: se sono, cioè, vere o false (vedi Von Wright, 1983 ed Emiliani, 1989).

Alcuni studiosi, tra i quali Kalinowski (1965 e 1977) e Castañeda (1975 e 1989), hanno dato una risposta positiva a quest'ultimo problema, sostenendo che le norme hanno valori di verità; mentre la maggior parte dei filosofi e dei logici ha accolto la tesi humeana, sostenuta dai filosofi neopositivisti, secondo cui le norme mancano di valori di verità. Alchourrón e Bulygin (1981) hanno spiegato questi due opposti atteggiamenti, mostrando che essi sono riconducibili a due differenti concezioni delle norme, indicate, rispettivamente, come la concezione «iletica» e la concezione «espressiva».

Secondo la concezione *iletica*, le norme sono entità concettuali del tutto analoghe alle proposizioni: esse sono i significati prescrittivi degli enunciati normativi così come le proposizioni sono i significati degli enunciati descrittivi. Così, in un enunciato normativo, di forma $O\alpha$, possiamo distinguere due componenti: un enunciato descrittivo α e un operatore prescrittivo O, che concorrono entrambi a determinare il contenuto concettuale (cognitivo) dell'enunciato normativo. In questo modo, gli operatori prescrittivi O (obbligatorio) e P(permesso) si comportano come gli operatori modali aletici $\Box$ (necessario) e $\Diamond$ (possibile) che concorrono a determinare il significato cognitivo degli enunciati in cui ricorrono; pertanto un enunciato normativo come $O\alpha$ ha un significato cognitivo (prescrittivo) esattamente come l'enunciato modale aletico $\Box\alpha$ ha un significato cognitivo (descrittivo). Così, oltre i *significati descrittivi* (*proposizioni*) espressi dagli enunciati descrittivi, esistono i *significati prescrittivi* (*norme*) espressi dagli enunciati normativi. Di conseguenza, la concezione «iletica» è compatibile con l'idea che le norme sono dotate di valori di verità. Il problema delle norme ha , quindi, una soluzione positiva del tutto ovvia: infatti, se le norme possono avere valori di verità, allora i connettivi e le relazioni logiche possono essere applicati alle norme e, quindi, l'esistenza di una logica delle norme è accettabile anche dal punto di vista tradizionale. Ma questa soluzione ha un costo filosofico piuttosto alto. Come ha osservato Bulygin (1982), infatti, l'idea che vi sono enunciati con uno specifico significato cognitivo–prescrittivo implica una assunzione di forte sapore platonico che richiede di essere giustificata attraverso l'elaborazione di una teoria del significato capace di rendere conto dei significati prescrittivi. Inoltre l'idea che le norme possono essere vere o false è spesso basata su una analogia con la teoria tarskiana della verità per gli enunciati descrittivi, ma ovviamente non è sufficiente suggerire una analogia tra la verità degli enunciati descrittivi e quella degli enunciati normativi (prescrittivi); occorre anche spiegare che cosa significa per un enunciato normativo (prescrittivo) essere vero nei termini di una teoria corrispondentistica della verità, che tipo di "realtà" corrisponde a un enunciato normativo vero. Poiché, ovviamente, la corrispondenza non può essere con "fatti empirici", si può essere indotti a postulare l'esistenza di "fatti normativi", introducendo così una ontologia piuttosto complicata e oscura. Si potrebbe anche pensare di spiegare la verità degli enunciati normativi in stretta analogia con la verità degli enunciati modali aletici in una semantica kripkiana; ma, anche in questo caso, non è chiaro il costo di una tale estensione della semantica kripkiana alle espressioni prescrittive.

Considerate queste difficoltà, sembra ragionevole convenire, come fa la maggior parte dei filosofi e dei logici, che le norme non hanno valori di verità. Questo porta alla seconda concezione delle norme indicata da Alchourrón e Bulygin.

Secondo la concezione *espressiva*, infatti, le norme non costituiscono un particolare tipo di significato cognitivo prescrittivo, ma sono piuttosto il risultato di un uso prescrittivo del linguaggio: propriamente, le norme sono proposizioni descrittive usate in un modo pragmatico prescrittivo. Da questo punto di vista, i soli significati cognitivi che gli enunciati possono esprimere sono le proposizioni descrittive; ma una stessa proposizione può essere usata in diversi modi pragmatici: può essere asserita, domandata, comandata, etc.. L'esecuzione di questi atti avviene attraverso l'enunciazione di enunciati, rispettivamente, assertivi, interrogativi, imperativi, etc.. Ma ciò che distingue questi differenti tipi di enunciati (ciò che specifica la loro funzione, rispettivamente, assertiva, interrogativa, imperativa, etc.), si pone a livello puramente pragmatico e non si riflette sul livello semantico cui appartiene il significato cognitivo. Questa concezione è basata sul modello di analisi pragmatica degli enunciati introdotto da Frege (1879, 1893) e sviluppato da Reichenbach (1947, 57). Secondo questo modello, ogni enunciato è analizzabile in termini di due componenti linguistici, dotati di un differente ruolo semiotico: il *segno di forza* e il *radicale* (o *formula radicale*) (la terminologia è presa da Stenius (1969)). Il radicale è il componente linguistico che esprime il contenuto cognitivo descrittivo dell'enunciato, mentre il segno di forza è il componente linguistico che non descrive, ma semplicemente *indica* (o *mostra*) il modo pragmatico in cui viene data (o usata) la proposizione espressa dal radicale. Il segno di forza, pertanto, non concorre a determinare il significato cognitivo degli enunciati in cui ricorre. Di conseguenza, mentre il radicale ha un valore di verità, l'intero enunciato, ottenuto applicando il segno di forza al radicale, non ha alcun valore di verità, non è né vero né falso, sebbene possa essere giustificato o ingiustificato (corretto o scorretto). Da questo punto di vista, inoltre, le norme sono essenzialmente *comandi* rappresentati da enunciati imperativi di forma $!\alpha$, in cui α è il radicale che esprime una proposizione descrittiva e ! è il segno di comando che indica (mostra) che la proposizione espressa da α è comandata. Ne segue che la concezione «espressiva» è incompatibile con l'idea che le norme sono dotate di valori di verità, anche se è compatibile con l'idea che le norme sono dotate di valori (pragmatici) di giustificazione (o di "validità").

Ma anche se si assume, in accordo con la concezione «espressiva», che le norme mancano di valori di verità, rimane ancora un problema aperto, noto come *dilemma di Jørgensen*, che, seguendo Alchourrón e Bulygin (1989), formuliamo come segue: o i connettivi e le relazioni logiche possono essere definiti solo in termini delle nozioni di verità e falsità, e allora i connettivi e le relazioni logiche non possono essere applicati alle norme, e, quindi, non può esistere una logica delle norme, oppure la logica è applicabile alle norme, ma allora i connettivi e le relazioni logiche devono poter essere definiti senza far ricorso alle nozioni di verità e falsità. (Per altre formulazioni di questo dilemma vedi Ross, 1941 e Kalinowski, 1965, III, 1).

Come è noto, la maggior parte dei filosofi e dei logici, accogliendo la concezione tradizionale della logica, ha scelto il primo corno del dilemma, negando conseguentemente la possibilità di una logica delle norme (vedi, per es., Jørgensen, 1937-38: Ross, 1941; Kelsen, 1960; Von Wright, 1963; Alchourrón e Bulygin, 1981). Ma questa soluzione, escludendo ogni rapporto tra logica e norme, implica una concezione irrazionale delle norme. (Questa è infatti la conclusione a cui è giunto l'ultimo Kelsen (1965, 1979), per ragioni che verranno accennate nella Osservazione 2.3.1, (i)). Si è tentato allora di aggirare il problema (vedi Emiliani, 1989), sostenendo che la logica, pur non potendo essere applicata *direttamente* alle norme, può essere applicata *indirettamente* ad esse. Lo strumento concettuale che è stato utilizzato a questo scopo è la distinzione, filosoficamente rilevante, tra *enunciati normativi* ed *enunciati descrittivi di norme* e, quindi, tra *norme* (espresse dagli enunciati normativi) e «*proposizioni normative*» (espresse dagli enunciati descrittivi di norme) (vedi Kelsen, 1960 e Von Wright, 1963). Le norme, si sostiene, sono valide o invalide (esistono o non esistono), mentre le «proposizioni normative» (avendo carattere puramente descrittivo) sono vere o false. In particolare, una «proposizione normativa» è vera se e solo se la norma che essa descrive è valida (esiste); falsa altrimenti. Ora, sfruttando questa corrispondenza biunivoca tra norme e «proposizioni normative», si è tentato di applicare le relazioni logiche che valgono tra le «proposizioni normative» indirettamente alle norme che esse descrivono. Così, la logica sarebbe applicabile *direttamente* solo alle «proposizioni normative», ma *indirettamente* anche alle norme che queste proposizioni descrivono (vedi Von Wright, 1963, VII, 2 e VIII, 16).

Senonché questa soluzione "indiretta", nonostante la sua apparente plausibilità, presenta alcune serie difficoltà che sono state esplicitamente riconosciute. Innanzitutto, come ha osservato Von Wright (1983), vi può essere un qualche interesse a concepire una logica delle «proposizioni normative», distinta dalla logica delle proposizioni standard, solo se la logica delle «proposizioni normative» è in grado di catturare delle caratteristiche logiche che sono specifiche delle norme, che la logica delle proposizioni standard non è in grado di fare. Ma se esistono delle «caratteristiche logiche specifiche delle norme», allora sembra naturale ammettere l'esistenza di una logica delle norme.

Inoltre, Alchourrón e Bulygin (1989) hanno mostrato che per giustificare legalmente una decisione giudiziaria (che è prescrittiva) occorre ricostruire il ragionamento con cui l'autorità giudiziaria è giunta ad essa come una inferenza logica la cui conclusione è costituita dalla decisione in questione e le cui premesse sono costituite sia da norme che da proposizioni fattuali; in particolare hanno dimostrato che una inferenza in cui la conclusione e le premesse normative sono sostituite dalle corrispondenti «proposizioni normative» non è sufficiente a giustificare la decisione del giudice. Così le decisioni giudiziarie sono giustificabili razionalmente solo se sono possibili inferenze normative.

Le precedenti osservazioni critiche provano, a nostro avviso, che la logica delle norme è più fondamentale o prioritaria rispetto a una logica delle «proposizioni normative». E questo giustifica una opzione per il secondo corno del dilemma di Jørgensen. Naturalmente, ciò implica il rifiuto della concezione tradizionale della logica e l'assunzione della tesi antitradizionale che la logica ha un dominio più ampio della verità e della falsità. Questa soluzione è già stata suggerita da alcuni autori, tra i quali Von Wright (1957, Preface) e Weinberger (1977). Ma questi autori si sono limitati a enunciare questa soluzione senza svilupparla effettivamente. Tutto quello che è stato fatto per supportare l'idea di una logica delle norme è mostrare che le norme possono essere dotate di una nuova coppia di valori, come i valori «valido» e «invalido», analoga alla coppia dei valori di verità. Commentando questo punto di vista, Alchourrón e Bulygin (1989; vedi anche Bulygin, 1982) hanno giustamente osservato che non basta enunciarlo; occorre anche giustificarlo, e per farlo non è sufficiente mostrare l'esistenza di una analogia tra la coppia dei valori di verità e un'altra coppia di valori, né è sufficiente osservare che di fatto esistono inferenze normative a livello informale. Ciò che occorre è offrire una definizione alternativa dei connettivi e delle relazioni logiche fondamentali, che non fa ricorso DIRETTAMENTE alle nozioni di verità e falsità.

Prendendo nella dovuta considerazione le osservazioni di Alchourrón e Bulygin, noi mostreremo in questo saggio che è possibile estendere la logica oltre l'ambito tradizionale delle espressioni dotate di valori di verità, provvedendo alla costruzione effettiva di una logica delle norme interpretate in senso «espressivo». Questo è fatto in un linguaggio formale pragmaticamente esteso, che è un ampliamento del linguaggio pragmatico puramente assertivo introdotto in Dalla Pozza (1991) e in Dalla Pozza e Garola (1995), che include, oltre le formule assertive, anche formule normative che rappresentano norme in senso «espressivo». Considerata la rilevanza dell'argomento, riassumiamo brevemente i punti essenziali del nostro approccio che sarà sviluppato nelle sezioni successive.

Sia **L** un linguaggio standard della logica proposizionale classica. Nella Sezione 2 chiamiamo *linguaggio formale pragmaticamente esteso*, e denotiamo con $\mathbf{L}^P$, una estensione di **L**, ottenuta aggiungendo al vocabolario (alfabeto) logico di **L**, una nuova categoria di segni logici, classificati come segni *logico - pragmatici*, che include due *segni di modo pragmatico* (il segno di asserzione $\vdash$ e il segno per l'operatore deontico prescrittivo di «obbligo» $\mathcal{O}$) e i *connettivi pragmatici* (*N, K, A, C, E*) (vedi Definizione 2.1.1). Facendo uso di questo vocabolario esteso, le regole di formazione di $\mathbf{L}^P$ definiscono ricorsivamente due tipi di formule ben formate in $\mathbf{L}^P$, le *formule radicali* (corrispondenti alle formule ben formate di **L**) e le *formule enunciative* (*assertive* e *normative*), in modo tale che ogni formula enunciativa contiene almeno una formula radicale (atomica o molecolare) come sua sottoformula propria (vedi Definizione 2.1.2). Allora le regole semantiche di $\mathbf{L}^P$ provvedono una interpretazione semantica per le sole formule radicali, assegnando, nel modo usuale, un *valore di verità* ad ogni formula radicale di $\mathbf{L}^P$ e interpretando i connettivi semantici (corrisponti ai connettivi logici standard) come *funzioni di verità* (vedi

Definizione 2.2.1), mentre le regole pragmatiche di $\mathbf{L}^P$ provvedono una valutazione pragmatica per le formule enunciative, assegnando a ogni formula enunciativa di $\mathbf{L}^P$ un *valore di giustificazione* (*giustificato* o *ingiustificato*) e interpretando i connettivi pragmatici come *funzioni* parziali *di giustificazione* (vedi Definizione 2.3.1). Inoltre, facendo uso delle regole semantiche di $\mathbf{L}^P$ vengono definite le nozioni semantiche di *validità* (*tautologia*), di *soddisfacibilità*, di *compatibilità* (*consistenza*) e di *incompatibilità* (*inconsistenza*) che valgono per le formule radicali di $\mathbf{L}^P$ (vedi Definizioni 2.2.2 e 2.2.3); e facendo uso delle regole semantiche e pragmatiche di $\mathbf{L}^P$ vengono definite le nozioni pragmatiche di *validità, compatibilità* e *incompatibilità* che valgono per le formule enunciative (assertive e normative) di $\mathbf{L}^P$ (vedi Definizioni 2.3.2 e 2.3.3). Nella Sezione 3, vengono introdotti alcuni criteri (diretti e indiretti) di decisione per la nozione di *validità pragmatica*; inoltre, facendo uso delle nozioni di validità semantica e di validità pragmatica, viene definita la relazione di *inferenza logica* sull'insieme delle formule enunciative (assertive e normative) di $\mathbf{L}^P$ e vengono analizzati i rapporti tra la nozione semantica di *implicazione logica* e la nozione pragmatica di *inferenza logica* (vedi Osservazione 3.3). Nella Sezione 4, facendo uso dei summenzionati criteri di decisione, vengono mostrati alcuni esempi particolarmente rilevanti di formule enunciative (assertive e normative) pragmaticamente valide di $\mathbf{L}^P$, che illustrano, tra l'altro, alcuni rapporti fondamentali tra connettivi semantici e connettivi pragmatici di $\mathbf{L}^P$. Nella Sezione 5 viene introdotto un Calcolo Deontico Pragmatico **KDP**, mediante la traduzione del Calcolo Deontico Standard **KD** in $\mathbf{L}^P$. Nella Sezione 6, infine, vengono riassunti brevemente i risultati filosoficamente rilevanti del nostro lavoro e vengono suggerite alcune importanti estensioni di $\mathbf{L}^P$.

E' importante osservare che $\mathbf{L}^P$ incorpora l'analisi pragmatica degli enunciati introdotta da Frege e Reichenbach, su cui è basata la concezione «espressiva» delle norme. Ma il modello di Frege - Reichenbach si applica esclusivamente alle formule enunciative *elementari* di $\mathbf{L}^P$. Naturalmente, sulla base di un modello così limitato è possibile stabilire relazioni logiche solo tra le formule radicali che ricorrono nelle formule enunciative (assertive e normative); relazioni logiche tra formule enunciative sono invece escluse, poiché queste formule non possono essere connesse mediante connettivi (vedi Osservazione 2.1.1, (iii)). Conseguentemente i sostenitori della concezione «espressiva» delle norme hanno escluso la possibilità di una logica delle norme (vedi Alchourrón e Bulygin, 1981 e Bulygin, 1982; ma anche Jørgensen, 1937-38 e Ross, 1941). Questo limite è superato in $\mathbf{L}^P$ mediante l'introduzione dei connettivi pragmatici che permettono la costruzione di formule enunciative complesse (e la definizione di una interpretazione pragmatica formale). Inoltre, in $\mathbf{L}^P$, il modello di Frege - Reichenbach viene esteso anche in un altro modo rilevante. Infatti, i segni di modo pragmatico di $\mathbf{L}^P$ includono non solo i segni di forza, come il segno di asserzione, ma anche i segni di operatori deontici $\mathscr{O}$ e $\mathscr{P}$ che rappresentano l'interpretazione *prescrittiva* degli operatori deontici standard O e P (la loro interpretazione *descrittiva* è introdotta nella Osservazione 3.2 attraverso i simboli **O** e **P** introdotti in Alchourrón e Bulygin (1981)). In questo modo introduciamo nella concezione «espressiva» delle norme la distinzione tra *comandi* e *norme* e, quindi, tra *enunciati imperativi* ed *enunciati normativi,* ritenendo che esiste una differenza rilevante tra queste due modalità prescrittive che non va collassata riducendo le norme a comandi (vedi Ross, 1968, 13). Inoltre, non c'è ragione di limitare l'analisi pragmatica degli enunciati ai soli enunciati che rappresentano atti illocutori (asserzioni, domande, comandi, etc.). Vi sono anche altri modi di dare pragmaticamente le proposizioni espresse dai radicali, che non costituiscono atti illocutori, come è appunto il caso delle norme espresse dagli enunciati normativi prescrittivi. In realtà, in $\mathbf{L}^P$ gli stessi atti illocutori (e le formule enunciative che li esprimono) vengono considerati, accogliendo la prospettiva strettamente logica di Frege, come *entità puramente logiche* del nostro linguaggio formale $\mathbf{L}^P$, che possono essere concepite come *atti impersonali astratti*, anziché come *atti personali concreti* eseguiti da uno specifico individuo; così il segno di asserzione $\vdash$, che ricorre nelle formule assertive di $\mathbf{L}^P$, deve essere intuitivamente inteso come la clausola performativa impersonale "è asserito che" o "è asseribile che", piuttosto che come la clausola performativa personale "io asserisco che" (vedi, al riguardo Dalla Pozza and Garola, 1995, sez. 1).

2. Il linguaggio pragmatico $\mathbf{L}^P$.

Definiamo $\mathbf{L}^P$ specificando la sua struttura sintattica, semantica e pragmatica in un metalinguaggio non formalizzato, consistente di una parte della lingua italiana arricchita con alcuni simboli tecnici, quali lettere dell'alfabeto greco, aventi il ruolo di variabili metalinguistiche.

2.1 *Sintassi*

La sintassi di $\mathbf{L}^P$ è specificata, nel modo usuale, fornendo un alfabeto (o vocabolario), cioè un insieme di segni primitivi classificati secondo categorie sintattiche, e un insieme (finito) di regole di formazione per formule ben formate. A tal fine introduciamo le seguenti definizioni.

DEFINIZIONE 2.1.1. Chiamiamo *alfabeto* di $\mathbf{L}^P$, e denotiamo con $\mathcal{A}^P$, il seguente insieme di segni.

Segni descrittivi
Lettere proposizionali: $p, q, r, p_1, q_1, r_1, ...$

Segni logico - semantici
Connettivi (semantici): $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

Segni logico - pragmatici
Segni di modo pragmatico: il segno di asserzione $\vdash$ e il segno dell'operatore deontico prescrittivo di obbligo $\mathcal{O}$.
Connettivi (pragmatici): *N, K, A, C, E*.

Segni ausiliari.
Le parentesi tonde: (,).

DEFINIZIONE 2.1.2. Chiamiamo *formula (ben formata) radicale* (**fr**) di $\mathbf{L}^P$ ogni formula generata dalle seguenti *regole di formazione per formule radicali* (**RFR**).

RFR1. Ogni lettera proposizionale è una **fr**.

RFR2. Sia α una **fr** ; allora $\neg\ \alpha$ è una **fr**.
RFR3. Siano α_1 e α_2 **fr** ; allora $(\alpha_1 \wedge \alpha_2)$, $(\alpha_1 \vee \alpha_2)$, $(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$, $(\alpha 1 \leftrightarrow \alpha_2)$ sono **fr**.

Chiamiamo *formula (ben formata) enunciativa* (**fe**) di $\mathbf{L}^P$ ogni formula generata dalle *seguenti regole di formazione per formule enunciative* (**RFE**)

RFE1. Sia α una **fr** ; allora $\vdash\ \alpha$ e $\mathscr{O}\alpha$ sono **fe** .
RFE2. Sia δ una **fe** ; allora $N\delta$ è una **fe** .
RFE3. Siano δ_1 e δ_2 **fe** ; allora $(\delta_1 K \delta_2)$, $(\delta_1 A \delta_2)$, $(\delta_1 C \delta_2)$, $(\delta_1 E \delta_2)$ sono **fe** .

Pertanto le regole di formazione di $\mathbf{L}^P$ definiscono ricorsivamente due distinti insiemi di formule ben formate: l'insieme delle **fr**, definito dalle regole **RFR**1 - **RFR**3 e che denotiamo con ψ_R, e l'insieme delle **fe**, definito dalle regole **RFE**1 - **RFE**3 e che denotiamo con ψ_E. Chiamiamo, quindi, linguaggio formale $\mathbf{L}^P$ la tripla ordinata ($\mathcal{A}^P$, ψ_R, ψ_E).

Chiamiamo, inoltre, **fr** *atomica* ogni **fr** generata dalla regola **RFR**1 (cioè ogni lettera proposizionale) e **fr** *molecolare* ogni **fr** generata dalle regole **RFR**2 - **RFR**3. Chiamiamo, infine, **fe** *elementare* ogni **fe** di forma $\vdash\ \alpha$ o $\mathscr{O}\ \alpha$ (ove α sta per una qualsiasi **fr**, atomica o molecolare) generata dalla regola **RFE**1, e **fe** *complessa* ogni **fe** generata dalle **RFE**2 - **RFE**3. In particolare, chiamiamo **fe** *assertiva* (elementare) ogni **fe** di forma $\vdash\ \alpha$; **fe** *normativa* (elementare) ogni **fe** di forma $\mathscr{O}\ \alpha$; **fe** *assertiva pura* ogni **fe** complessa in cui ricorrono come **fe** elementari solo **fe** assertive; **fe** *normativa pura* ogni **fe** complessa in cui ricorrono come **fe** elementari solo **fe** normative; **fe** *mista* ogni **fe** complessa in cui ricorrono come **fe** elementari sia **fe** assertive che **fe** normative.

DEFINIZIONE 2.1.3. Infine, come segni non primitivi di $\mathbf{L}^P$, introduciamo i seguenti segni di modo pragmatico, $\mathscr{P}$ (per *permesso*), $\mathscr{F}$ (per *proibito*) e $\mathfrak{I}$ (per *indifferente*), che rappresentano operatoti deontici prescrittivi, definiti come segue.
D1. $\mathscr{P}\alpha = \text{def. } N\ \mathscr{O}(\neg\ \alpha)$
D2. $\mathscr{F}\alpha = \text{def. } \mathscr{O}\ (\neg\ \alpha)$
D3. $\mathfrak{I}\alpha = \text{def. } (\mathscr{P}\alpha)\ K\ (\mathscr{P}(\neg\ \alpha))$
In questo modo gli operatori deontici prescrittivi $\mathscr{O}$, $\mathscr{P}$, $\mathscr{F}$ e $\mathfrak{I}$ sono reciprocamente definibili in $\mathbf{L}^P$ con l'ausilio della negazione pragmatica N e della negazione semantica $\neg$.

Osservazione 2.1.1. Alcuni commenti sulle Definizioni 2.1.1 e 2.1.2 serviranno a illustrare certi aspetti rilevanti della struttura sintattica di $\mathbf{L}^P$.

(i) Come è facile vedere, l'alfabeto $\mathcal{A}^P$ di $\mathbf{L}^P$ è una estensione dell'alfabeto dei linguaggi della logica proposizionale standard, ottenuta attraverso l'introduzione dei segni di modo pragmatico e dei connettivi pragmatici, classificati come segni logico - pragmatici (vedi Reichenbach, 1947, 57) per sottolineare che essi non sono segni descrittivi, né concorrono (come, invece, i segni logico - semantici) a determinare il valore (e le condizioni) di verità delle formule radicali cui si applicano, una volta che $\mathbf{L}^P$ viene dotato di una interpretazione semantica. In particolare, i segni di modo pragmatico ($\vdash$ e $\mathscr{O}$) hanno esclusivamente il ruolo di *indicare* (o *mostrare*) esplicitamente il modo in cui sono pragmaticamente date (o usate) le (proposizioni espresse dalle) formule radicali di $\mathbf{L}^P$ (vedi Dummett, 1973, 10, Bell, 1979 e

Alchourrón and Bulygin, 1981). I connettivi pragmatici sono introdotti mediante i simboli *N, K, A, C, E,* comunemente usati nella notazione polacca per denotare gli usuali connettivi (semantici) $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, rispettivamente; ma in $\mathbf{L^P}$ questi simboli sono dotati di un differente significato, venendo interpretati nella sezione 2.3 come funzioni il cui dominio e il cui codominio è costituito da valori (pragmatici) di giustificazione.

(ii) Come si può facilmente notare le regole di formazione $\mathbf{RFR}_1$ - $\mathbf{RFR}_3$, che definiscono ricorsivamente l'insieme ψ_R di tutte le formule radicali di $\mathbf{L^P}$, corrispondono alle regole di formazione dei linguaggi formali della logica proposizionale standard e l'insieme ψ_R di tutte le **fr** di $\mathbf{L^P}$ coincide con l'insieme delle formule ben formate della logica proposizionale standard. Di conseguenza non richiedono alcun commento particolare.

(iii) Un commento piuttosto ampio richiedono, invece, le regole $\mathbf{RFE}_1$ - $\mathbf{RFE}_3$, che definiscono ricorsivamente l'insieme ψ_E di tutte le formule enunciative (assertive, normative e miste) di $\mathbf{L^P}$, in modo tale che ogni **fe** contiene almeno una **fr** come sua sottoformula propria.

Cominciamo con la regola RFE_1. Essa definisce il sottoinsieme delle **fe** (assertive e normative) *elementari* di $\mathbf{L^P}$ in modo strettamente conforme al modello di analisi pragmatica degli enunciati introdotto da Frege e da Reichenbach (vedi Sezione 1). In particolare, nella costruzione delle **fe** elementari di $\mathbf{L^P}$, RFE_1 applica un noto principio di Frege (vedi Dummett, 1973, 10), ripreso da Reichenbach (1947, 57), secondo cui i segni di modo pragmatico non possono essere iterati, né possono ricorrere entro l'ambito di azione dei connettivi (semantici), ma possono solo essere applicati a una **fr** (atomica o molecolare) presa come un tutto. Le ragioni di entrambe queste restrizioni sono facilmente comprensibili. La proibizione di far ricorrere i segni di modo pragmatico entro l'ambito dei connettivi semantici si spiega facilmente se si considera che i connettivi semantici di $\mathbf{L^P}$ corrispondono ai connettivi standard della logica classica, che sono canonicamente interpretati come *funzioni di verità* (vedi Sezione 2.2), mentre le **fe** (sia assertive che normative) di $\mathbf{L^P}$ non sono dotate di valori di verità (ma piuttosto possono venir dotate di valori di giustificazione, vedi Sezione 2.3). Di conseguenza, come abbiamo già osservato nell'Introduzione, le **fe** di $\mathbf{L^P}$ non possono essere connesse mediante connettivi denotanti funzioni di verità. La proibizione di iterare i segni di modo pragmatico si comprende altrettanto facilmente se si considera che questi segni non descrivono, ma indicano o mostrano, come abbiamo detto, l'uso pragmatico che viene fatto di una (proposizione espressa da una) **fr** di $\mathbf{L^P}$; pertanto una formula in cui ricorrono segni di modo pragmatico iterati non può avere alcun senso in $\mathbf{L^P}$. Ne segue che anche le **fe** normative con operatori deontici iterati - sulla cui correttezza sono stati sollevati seri e fondati dubbi (vedi, per es., Barcan, 1966 e Von Kutschera, 1973,1.5) - non sono formule ben formate di $\mathbf{L^P}$. Tuttavia, poiché le formule normative con operatori deontici iterati sono ritenute indispensabili per la formalizzazione delle metanorme (Vedi, per es., Opfermann, 1977 e Von Wright, 1983), nella Osservazione 3.2 mostreremo come questo scopo può essere ugualmente ottenuto nel nostro approccio, facendo uso di **fe** normative di un livello superiore appartenenti a un'opportuna estensione modale di $\mathbf{L^P}$, che include tra i segni logico - semantici operatori deontici di tipo *descrittivo* funzionanti come operatori modali aletici. Al riguardo, è importante osservare che la $\mathbf{RFE}_1$ definisce sintatticamente i segni di modo pragmatico come operatori che trasformano **fr** in **fe**. Questo mostra la differenza sintattica fondamentale tra i segni di modo pragmatico e i segni di modalità aletica ed epistemica; nella nostra prospettiva, infatti, questi ultimi possono essere interpretati sintatticamente come operatori che trasformano **fr** in **fr** modali e possono essere iterati e ricorrere entro l'ambito di connettivi semantici. Ciò significa che, introducendo una opportuna estensione modale di $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$, come quella introdotta nella Osservazione 3.2, è possibile eliminare la tipica ambiguità (riprodotta anche nel formalismo della logica deontica standard) degli operatori e degli enunciati deontici ordinari, suscettibili sia di una *interpretazione prescrittiva* che di una *interpretazione descrittiva* (Vedi Von Wright, 1963 e Bulygin, 1982), facendo corrispondere agli operatori deontici interpretati *prescrittivamente*, segni di modo pragmatico (che appartengono alla categoria sintattica dei segni *logico-pragmatici*) e agli operatori deontici interpretati *descrittivamente*, segni di modalità aletiche (che appartengono alla categoria sintattica dei segni *logico - semantici*).

Consideriamo ora le regole **RFE**2 e **RFE**3. Abbiamo visto che la regola **RFE**1 permette di ottenere l'insieme di tutte le **fe** (assertive e normative) elementari di $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$, che sono costruite applicando i segni di modo pragmatico alle **fr** in ψ_{R}. Usando le regole **RFE**2 e **RFE**3 possiamo allora ottenere l'insieme di tutte le **fe** *complesse* di $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$, che sono costruite (ricorsivamente) per mezzo delle **fe** elementari e dei connettivi pragmatici *N, K, A, C, E*. In questo modo, come abbiamo già anticipato nella Introduzione, le regole **RFE**2 e **RFE**3 ci permettono di estendere in modo rilevante il modello di analisi pragmatica degli enunciati di Frege - Reichenbach. Questo modello, infatti, riguarda solo le **fe** elementari (secondo la nostra presente terminologia), poiché esso esclude che le **fe** possono essere connesse logicamente, conformemente al punto di vista tradizionale secondo cui la logica concerne esclusivamente formule che possono essere dotate di valori di verità. L'Introduzione dei connettivi pragmatici in $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$ consente ora di superare questo limite del modello di Frege - Reichenbach (accolto da Alchourrón e Bulygin) attraverso la costruzione di **fe** complesse che stabiliscono relazioni logiche tra **fe** ed estendono pragmaticamente il dominio della logica oltre l'ambito delle formule dotate di valori di verità. Nella Sezione 5 vedremo che questa estensione permette la costruzione di una logica delle norme in senso «espressivo».

2.2. *Semantica*

L'interpretazione semantica di $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$ è introdotta, nel modo standard, mediante la seguente definizione.

DEFINIZIONE 2.2.1. Chiamiamo *interpretazione semantica* di $\mathbf{L}^{\mathrm{P}}$ ogni coppia ordinata $(\{1, 0\}, \sigma)$, dove $\{1, 0\}$ è l'insieme dei *valori di verità* (ove 1 sta per "vero" e 0 sta per "falso") e σ è una *funzione di assegnamento*,

$$\sigma\colon \alpha \in \psi_{\mathrm{R}} \longrightarrow \sigma(\alpha) \in \{1, 0\},$$

tale che le seguenti condizioni o *regole di verità* (**RV**) sono soddisfatte.

RV1. Sia $\alpha \in \psi_{\mathrm{R}}$; allora $\sigma(\neg\alpha) = 1$ sse $\sigma(\alpha) = 0$.

RV2. Sia $\alpha_1, \alpha_2 \in \psi_{\mathrm{R}}$; allora

(i) $\sigma(\alpha_1 \wedge \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 1$ e $\sigma(\alpha_2) = 1$;

(ii) $\sigma(\alpha_1 \vee \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 1$ o $\sigma(\alpha_2) = 1$;

(iii) $\sigma(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1) = 0$ o $\sigma(\alpha_2) = 1$;

(iv) $\sigma(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2) = 1$ sse $\sigma(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) = 1$ e $\sigma(\alpha_2 \rightarrow \alpha_1) = 1$.

Denotiamo con Σ l'insieme di tutte le funzioni di assegnamento su ψ_R . E introduciamo la seguente definizione di validità semantica o tautologia (e di invalidità semantica o contraddizione) in $\mathbf{L}^P$.

DEFINIZIONE 2.2.2. Sia $\alpha \in \psi_R$. Diciamo che α è *semanticamente valida* o *s-valida* o *tautologica* (rispettivamente, *semanticamente invalida* o *s-invalida* o *contraddittoria*) sse per ogni $\sigma \in \Sigma$, $\sigma(\alpha) = 1$ (rispettivamente, $\sigma(\alpha) = 0$).

Denotiamo, quindi, con $T^{\top}$ l'insieme di tutte le tautologie e con $T^{\perp}$ l'insieme di tutte le contraddizioni di $\mathbf{L}^P$, definiti, rispettivamente, come segue.

$T^{\top} = \{ \alpha \in \psi_R \mid \forall \sigma \in \Sigma,\ \sigma(\alpha) = 1\}$;

$T^{\perp} = \{ \alpha \in \psi_R \mid \forall \sigma \in \Sigma,\ \sigma(\alpha) = 0\}$.

Introduciamo, infine, la seguente definizione delle nozioni di soddisfacibilità, di possibilità (o consistenza) e di compatibilità logica in $\mathbf{L}^P$.

DEFINIZIONE 2.2.3. Sia $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \in \psi_R$; allora
(i) α è *soddisfacibile* sse esiste almeno un $\sigma \in \Sigma$ tale che $\sigma(\alpha) = 1$ (altrimenti α è contraddittoria)
(ii) α è *logicamente possibile* (o consistente) sse α è soddisfacibile.
(iii) α_1 e α_2 sono tra loro *logicamente compatibili* sse la loro congiunzione $(\alpha_1 \wedge \alpha_2)$ è soddisfacibile.

Le regole di verità **RV**1 - **RV**2 possono venire introdotte, nel modo più usuale, facendo uso delle *tavole di verità* che forniscono anche un metodo effettivo di *decisione* per gli insiemi delle **fr** tautologiche, contraddittorie e soddisfacibili di $\mathbf{L}^P$.

2.3. *Pragmatica*

L'interpretazione pragmatica di $\mathbf{L}^P$ è introdotta mediante la seguente definizione.

DEFINIZIONE 2.3.1. Per ogni $\sigma \in \Sigma$, chiamiamo *interpretazione pragmatica* di $\mathbf{L}^P$ associata a σ ogni coppia ordinata $(\{J, U\}, \pi_\sigma)$, dove $\{J, U\}$ è l'insieme dei *valori di giustificazione* (ove J sta per "giustificato" e U per "ingiustificato") e π_σ è una *funzione di valutazione pragmatica*,

$$\pi_\sigma : \delta \in \psi_E \longrightarrow \pi_\sigma(\delta) \in \{J, U\},$$

tale che le seguenti condizioni o *regole di giustificazione* (**RJ**) sono soddisfatte.
RJ1. Sia $\alpha \in \psi_R$; allora
(i) $\pi_\sigma(\vdash \alpha) = J$ sse esiste una prova che α è vera, i.e. che $\sigma(\alpha) = 1$ (quindi $\pi_\sigma(\vdash \alpha) = U$ sse non esiste alcuna prova che α è vera).
(ii) $\pi_\sigma(\mathscr{O}\alpha) = J$ (relativamente a un *sistema normativo SN*) sse esiste una prova che (a) $\mathscr{O}\alpha$ soddisfa le specifiche condizioni di appartenenza a *SN*, (b) α descrive un atto (o azione), (c) α è (fisicamente) possibile, (d) α è logicamente compatibile con ogni $\beta \in \psi_R$ che ricorre in **fe** normative di forma $\mathscr{O}\beta$ o $\mathscr{P}\beta$ appartenenti a *SN* (quindi $\pi_\sigma(\mathscr{O}\alpha) = U$ sse non esiste alcuna prova che le condizioni (a)-(d) sono soddisfatte).
RJ2. Sia $\delta \in \psi_E$; allora $\pi_\sigma(N\delta) = J$ sse esiste una prova che δ è ingiustificata, i.e. che $\pi_\sigma(\delta) = U$.

RJ3. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora

(i) $\pi\sigma(\delta_1\ K\ \delta_2) = J$ sse $\pi\sigma(\delta_1) = J$ e $\pi\sigma(\delta_2) = J$;

(ii) $\pi\sigma(\delta_1\ A\ \delta_2) = J$ sse $\pi\sigma(\delta_1) = J$ o $\pi\sigma(\delta_2) = J$;

(iii) $\pi\sigma(\delta_1\ C\ \delta_2) = J$ sse esiste una prova che se $\pi\sigma(\delta_1) = J$, allora $\pi\sigma(\delta_2) = J$;

(iv) $\pi\sigma(\delta_1\ E\ \delta_2) = J$ sse $\pi\sigma(\delta_1\ C\ \delta_2) = J$ e $\pi\sigma(\delta_2\ C\ \delta_1) = J$.

Infine, per ogni $\sigma \in \Sigma$, denotiamo con $\Pi\sigma$ l'insieme di tutte le funzioni di valutazione pragmatica su ψ_E associate a σ .E introduciamo la seguente definizione di validità pragmatica (e di invalidità pragmatica) in $\mathbf{L}^P$.

DEFINIZIONE 2.3.2. Sia $\delta \in \psi_E$. Diciamo che δ è *pragmaticamente valida* o *p-valida* (rispettivamente, *pragmaticamente invalida* o *p-invalida*) sse per ogni $\sigma \in \Sigma$ e $\pi\sigma \in \Pi\sigma$, $\pi\sigma(\delta) = J$ (rispettivamente, $\pi\sigma(\delta) = U$).

Denotiamo, quindi, con $\mathbf{P}^{\vee}$ l'insieme di tutte le **fe** p-valide e con $\mathbf{P}^{\wedge}$ l'insieme di tutte le **fe** p-invalide di $\mathbf{L}^P$, definiti, rispettivamente, come segue.

$\mathbf{P}^{\vee} = \{\delta \in \psi_E \mid \forall\ \sigma \in \Sigma$ e $\forall\ \pi\sigma \in \Pi\sigma,\ \pi\sigma(\delta) = J\}$,

$\mathbf{P}^{\wedge} = \{\delta \in \psi_E \mid \forall\ \sigma \in \Sigma$ e $\forall\ \pi\sigma \in \Pi\sigma,\ \pi\sigma(\delta) = U\}$.

Introduciamo, infine, le seguenti definizioni degli analoghi pragmatici in $\mathbf{L}^P$ delle nozioni (semantiche) di soddisfacibilità, consistenza e compatibilità introdotte nella Definizione 2.2.3.

DEFINIZIONE 2.3.3. Sia δ, δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora

(i) δ è *pragmaticamente soddisfacibile* sse esiste almeno un $\sigma \in \Sigma$ e un $\pi\sigma \in \Pi\sigma$ tale che $\pi\sigma(\delta) = J$ (altrimenti δ è p-invalida)

(ii) δ è *pragmaticamente consistente* sse δ è pragmaticamente soddisfacibile.

(iii) δ_1 e δ_2 sono tra loro *pragmaticamente compatibili* sse la loro congiunzione $(\delta_1\ K\ \delta_2)$ è pragmaticamente soddisfacibile.

Nella sezione 3 introdurremo dei criteri di *decisione* per l'insieme $\mathbf{P}^{\vee}$ di tutte le **fe** p-valide.

Osservazione 2.3.1. Le regole **RJ**1 - **RJ**3 richiedono un commento piuttosto esteso, poiché definiscono ricorsivamente il nuovo concetto pragmatico di *giustificato* in $\mathbf{L}^P$, interpretando i connettivi pragmatici come *funzioni di giustificazione*.

(i) La regola **RJ**1, (i) definisce la giustificazione di ogni **fe** assertiva elementare di forma $\vdash \alpha$ in termini dell'esistenza di una *prova* della verità della sua sottoformula radicale α. (Per ulteriori commenti sulla regola RJ1, (i) e sulla nozione di giustificazione relativa alle **fe** assertive di $\mathbf{L}^P$ si veda Dalla Pozza and Garola, 1995). La regola RJ1, (ii) definisce invece la giustificazione di ogni **fe** normativa elementare di forma $\mathcal{O}\,\alpha$ come relativa a un sistema normativo e in termini dell'esistenza di una *prova* che le condizioni metalinguistiche (a) - (d) sono soddisfatte (sono vere). In particolare, ognuna delle condizioni (a) - (d) specifica una *condizione necessaria* per la giustificazione di una norma (in senso «espressivo»): (a) specifica la *condizione di esistenza*; (b), la *condizione di contenuto*; (c), la *condizione di soddisfacibilità*; (d), la *condizione di compatibilità*. Ora, se si considera che la nozione pragmatica di giustificazione introdotta in $\mathbf{L}^P$, quando è applicata alle **fe** normative, corrisponde alla più usuale nozione di «validità» (che, per ragioni di univocità, abbiamo preferito riservare esclusivamente per l'uso tecnico che ha in logica, vedi Definizione 2.3.2.), risulta evidente che la nostra definizione di giustificazione di una norma differisce in modo rilevante dalla definizione giuspositivista standard che identifica la (condizione di) giustificazione («validità») di una norma esclusivamente con la sua (condizione di) esistenza (vedi Kelsen, 1960 e 1979; ma anche Von Wright, 1963, VI - VII). Ora è noto che la definizione giuspositivista porta a una concezione completamente irrazionale delle norme, poiché, se applicata in modo conseguente, implica che la logica non può essere applicata, né *direttamente* né *indirettamente*, alle norme (vedi Kelsen, 1965 e 1979, LXII - LXI). Al contrario, la definizione introdotta dalla $\mathbf{RJ}_1$, (ii) impedisce questa conclusione, stabilendo, in modo del tutto plausibile, che la giustificazione di una norma dipende, oltre che dalla condizione di esistenza, anche da altre condizioni che, come le condizioni (c) e (d), impongono dei requisiti puramente logici sul contenuto (cognitivo) delle norme. Inoltre, è importante osservare che la $\mathbf{RJ}_1$, (ii) fa dipendere la giustificazione di una norma non genericamente dal fatto che le condizioni (a) - (d) sono soddisfatte (realizzate), ma dall'*esistenza di una prova* che tali condizioni sono soddisfatte. In questo modo viene introdotto un criterio forte di razionalità che ha conseguenze piuttosto rilevanti. In particolare, questo criterio permette di riconoscere come giustificata ogni norma che è inferita (dedotta) logicamente da altre norme giustificate, ma non norme ottenute attraverso procedure di interpretazione ermeneutica, dal momento che queste procedure non sono ricostruibili come procedure corrette (valide) di prova; come ha dimostrato Kelsen (1960, VII), infatti, l'idea che esistano procedure interpretative in grado di reperire il significato «autentico» di un enunciato normativo ambiguo o vago, è una finzione che serve a camuffare atti di decisione (statuizione) arbitrari.

(ii) Va osservato, inoltre, che le regole $\mathbf{RJ}_1$ - $\mathbf{RJ}_3$ definiscono la giustificazione di ogni **fe** di $\mathbf{L}^P$ (e, quindi, i concetti di *giustificato* e *ingiustificato*) in termini di una nozione di *prova* che è lasciata indeterminata. Naturalmente la specificazione di una funzione π_σ, e, quindi, l'attribuzione concreta di un valore di giustificazione a una data **fe** (assertiva, normativa o mista) di $\mathbf{L}^P$, richiede che sia specificata una procedura metalinguistica di prova. Nonostante ciò, noi intendiamo introdurre una pragmatica puramente *formale*, basata su proprietà semantiche generali del concetto (metalinguistico) di giustificazione, che non dipendono dalle specifiche procedure di prova che possono essere selezionate. In particolare, sia procedure *logiche* che procedure *empiriche* di prova sono compatibili con le nostre definizioni. Inoltre, il nostro approccio è compatibile sia con l'interpretazione *attuale* che con la interpretazione *potenziale* della prova. Pertanto la nostra pragmatica formale può essere considerata *neutrale* rispetto alla scelta tra differenti procedure di prova. Nella sezione 3, tuttavia, questa neutralità verrà parzialmente ridimensionata, per quanto concerne le procedure *logiche* di prova, dalla introduzione di criteri di validità pragmatica che dipendono dalla esplicita assunzione che solo procedure logiche *classiche* di prova sono accettate per la giustificazione delle **fe** elementari e delle **fe** complesse di $\mathbf{L}^P$ (vedi Criterio 3.1 e 3.2 nella sezione 3). Al contrario, nessuna scelta verrà fatta riguardo alle procedure *empiriche* di prova involte nella giustificazione delle **fe** di $\mathbf{L}^P$ poiché queste dipendono dal dominio empirico su cui sono interpretate le **fr** di $\mathbf{L}^P$ e dalla teoria che descrive tale dominio.

(iii) Infine va osservato che le regole **RJ**2, **RJ**3, (iii) e **RJ**3, (iv) fanno riferimento a una nozione di prova che appartiene a un livello logico più alto della nozione di prova a cui si riferiscono le regole **RJ**1, **RJ**3, (i) e **RJ**3, (ii) . Questo risulta immediatamente evidente se consideriamo **fe** (assertive e normative) solo elementari. Infatti, sia δ una **fe** assertiva elementare, cioè $\delta = \vdash \alpha$; allora, per la **RJ**2, $\pi_\sigma(N\delta) = J$ se e solo se esiste una prova che non è provabile (la verità di) α .E sia δ una **fe** normativa elementare, cioè $\delta = \mathscr{O}\alpha$; allora, sempre per la **RJ**2, $\pi_\sigma(N\delta) = J$ se e solo se esiste una prova che non è provabile (o che non esiste una prova) che le condizioni (a) - (d), involte dalla regola **RJ**1, (ii), sono soddisfatte (vere). Una situazione analoga si ha con le regole **RJ**3, (iii) e **RJ**3, (iv) che definiscono la giustificazione delle **fe** di forma $(\delta_1 C \delta_2)$ e $(\delta_1 E\ \delta_2)$, rispettivamente. E' evidente, così, che la giustificazione di tutte queste **fe** è definita in termini di una prova di secondo livello, cioè di una prova riguardante la esistenza o la non esistenza (oppure la possibilità o l'impossibilità) di una prova di primo livello.

Questo aspetto delle regole **RJ**2, **RJ**3, (iii), **RJ**3, (iv) implica due importanti proprietà della pragmatica di $\mathbf{L}^P$ che saranno illustrate nella sezione 4. La prima di queste proprietà è che le regole **RJ**1-**RJ**3 non sempre permettono di determinare il valore di giustificazione di una data **fe** complessa di $\mathbf{L}^P$ quando tutti i valori di giustificazione delle sue componenti elementari sono conosciuti. Per esempio, sia $\delta \in \psi_E$; allora $\pi_\sigma(\delta)=J$ implica $\pi_\sigma(N\delta)=U$, ma $\pi_\sigma(\delta) = U$ non implica necessariamente che $\pi_\sigma(N\ \delta)=J$. Una conseguenza rilevante di ciò è che il «principio del terzo escluso» non vale per le **fe** (assertive e normative) di $\mathbf{L}^P$ (vedi sezione 4). Nel caso particolare delle **fe** normative, questa proprietà della negazione pragmatica N implica che la completezza di un sistema normativo formulabile in $\mathbf{L}^P$ non può essere banalmente dedotta dalla interdefinibilità degli operatori deontici $\mathscr{O}$ e $\mathscr{P}$ stabilita dalla D1 nella Definizione 2.1.3 (vedi Osservazione 5.2.1). Naturalmente una situazione simile vale quando il connettivo pragmatico C (oppure il connettivo pragmatico E) ricorre in una **fe**. Ne segue che per i connettivi pragmatici di $\mathbf{L}^P$ non vale alcun principio analogo al *principio di vero - funzionalità* che vale per i connettivi semantici. Questo implica, in particolare, che nella nostra pragmatica occorre usualmente far riferimento al concetto di prova anche quando si valuta il valore di giustificazione di una **fe** complessa i cui componenti elementari hanno valori di giustificazione noti. In breve, diciamo che la pragmatica di $\mathbf{L}^P$ non è J-funzionale. La seconda proprietà della nostra pragmatica è che i connettivi pragmatici, diversamente dai connettivi semantici, non sono interdefinibili tra loro (vedi sezione 4). A causa di queste due proprietà le regole **RJ**1 - **RJ**3 conferiscono ai connettivi pragmatici di $\mathbf{L}^P$ un comportamento logico che è analogo al comportamento dei connettivi intuizionistici. Di conseguenza, il Calcolo Deontico **KDP**, ottenuto attraverso la traduzione di una versione del Calcolo Deontico Standard **KD** in $\mathbf{L}^P$, e che introduciamo nella Sezione 5, presenta una struttura logica di tipo intuizionistico. Questo mostra che i connettivi pragmatici non sono un duplicato *ad hoc* dei connettivi semantici standard e che i valori pragmatici «giustificato» e «ingiustificato» non reintroducono valori di verità camuffati sotto un diverso nome nel tentativo di far sembrare plausibile l'applicabilità della logica alle asserzioni e alle norme in senso «espressivo»; ma che si tratta di concetti effettivamente distinti che soddisfano leggi logiche di tipo diverso e che dotano il nostro linguaggio formale pragmaticamente esteso $\mathbf{L}^P$ di una struttura logica più ricca e articolata di quella dei linguaggi formali della logica standard, consentendo, così, di estendere effettivamente la logica oltre l'ambito delle espressioni dotate di valori di verità (vedi anche Sezione 6).

3. **Criteri di validità pragmatica**

Introduciamo ora alcune procedure di decisione per l'insieme $\mathbf{P}^{v}$ di tutte le **fe** p-valide di $\mathbf{L}^{P}$.
Innanzitutto va osservato che la Definizione 2.3.2. è ancora neutrale rispetto alle procedure di prova (vedi osservazione 2.3.1, (ii)), ma l'insieme $\mathbf{P}^{v}$ delle **fe** p-valide dipende ovviamente dalla scelta delle procedure logiche di prova. Perciò, conveniamo di adottare i seguenti Criteri che specificano le procedure logiche di prova adottate nel metalinguaggio di $\mathbf{L}^{P}$.

CRITERIO 3.1. Sia $\alpha \in \psi_R$. Allora tutte le procedure metalinguistiche *classiche* di prova, e solo queste, sono adottate come prove logiche della verità di α.

CRITERIO 3.2. Sia $\delta \in \psi_E$. Allora tutte le procedure metalinguistiche *classiche* di prova, e solo queste, sono adottate come prove logiche della giustificazione di δ.

Osservazione 3.1. I Criteri 3.1 e 3.2 richiedono un breve commento. Il Criterio 3.1 può essere facilmente giustificato notando che esso si riferisce a procedure di prova logica che riguardano **fr** (molecolari) in cui ricorrono connettivi semantici che hanno un significato logico classico. Una giustificazione intuitiva del Criterio 3.2 è, invece, meno ovvia. Questo Criterio, infatti, si riferisce a procedure di prova logica che riguardano **fe** in cui ricorrono connettivi pragmatici che (come i connettivi N, C, E) hanno un significato logico non classico (ma di tipo intuizionistico) (vedi Osservazione 2.3.1, (iii)). Così che si potrebbe essere indotti a credere che procedure metalinguistiche non classiche (ma intuizionistiche) di prova logica debbano essere introdotte per la giustificazione delle **fe** complesse. Vedremo, tuttavia, come il Criterio 3.2 può essere giustificato facendo uso di un metodo indiretto che sfrutta una corrispondenza che può essere stabilita tra l'insieme delle **fe** e un insieme di **fr** (modali) di livello superiore a cui sono ovviamente applicabili prove logiche classiche (vedi Osservazione 3.2).

Va inoltre osservato che, poiché la pragmatica di $\mathbf{L}^{P}$ non è J-funzionale (vedi Osservazione 2.3.1, (iii)), non si può dare alcuna procedura generale (diretta) di decisione per tutte le **fe** p-valide di $\mathbf{L}^{P}$ (sebbene, come vedremo, se ne possa dare una *indiretta*, vedi Osservazione 3.2). Tuttavia, facendo uso delle regole RJ1 - RJ3 nella Definizione 2.3.2 e dei Criteri 3.1 e 3.2, possiamo stabilire un insieme di criteri (diretti) di validità pragmatica, che verranno usati nel seguito per riconoscere sottoinsiemi rilevanti di **fe** p-valide di $\mathbf{L}^{P}$ e che presentiamo nella seguente proposizione.

PROPOSIZIONE 3.1. I seguenti criteri di validità pragmatica (VP) valgono in ψ_E.
VP1. Sia $\alpha \in \psi_R$; allora $\vdash \alpha$ e $\mathscr{O}\alpha$ sono p-valide (rispettivamente, p-invalide) sse α è una tautologia (rispettivamente, una contraddizione).
VP2. Sia $\delta \in \psi_E$; allora $N\delta$ è p-invalida se δ è p-valida (quindi δ è p-invalida se $N\delta$ è p-valida).

VP3. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora (δ_1 K δ_2) è p-valida sse δ_1 e δ_2 sono p-valide.
VP4. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora (δ_1 A δ_2) è p-valida sse δ_1 è p-valida o δ_2 è p-valida.
VP5. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora (δ_1 $C\delta_2$) é p-valida sse esiste una prova che, per ogni $\sigma \in \Sigma$ e $\pi\sigma \in \Pi\sigma$, $\pi\sigma(\delta_2)$ = J ogni volta che $\pi\sigma(\delta_1)$=J.
VP6. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$; allora (δ_1 E δ_2) è p-valida sse (δ_1 $C\delta_2$) è p-valida e (δ_2 $C\delta_1$) è p-valida.
VP7. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$ e sia (δ_1 $C\delta_2$) p-valida; allora ogni volta che δ_1 è p-valida , anche δ_2 è p-valida; e ogni volta che δ_2 è p-invalida, anche δ_1 è p-invalida.
VP8. Sia δ_1, $\delta_2 \in \psi_E$ e sia (δ_1 E δ_2) p-valida; allora δ_1 è p-valida (rispettivamente, p-invalida) sse δ_2 è p-valida (rispettivamente, p-invalida).
(Per brevità omettiamo la dimostrazione dei criteri di validità su esposti).

Osservazione 3.2. Come abbiamo osservato all'inizio di questa sezione , i criteri (diretti) di validità pragmatica VP1 - VP8 non forniscono una procedura generale di decisione per l'insieme $\mathbf{P}^v$ di tutte le **fe** p-valide di $\mathbf{L}^P$. Una procedura generale, tuttavia, può essere introdotta attraverso un criterio *indiretto* di validità pragmatica . A tal fine consideriamo una estensione $\mathbf{L}^{*P}$ del linguaggio $\mathbf{L}^P$, ottenuta aggiungendo ai segni logico-semantici nell'alfabeto $\mathcal{A}^P$ gli operatori modali "Pr" (interpretato come «provato» o «provabile», a seconda che la nozione di prova venga intesa come *attuale* o *potenziale*) e **O** (interpretato come «obbligatorio» in senso *descrittivo*) e alle regole di formazione per formule radicali nella Definizione 2.1.2, la seguente regola

RFR4. Sia α una **fr**; allora Pr α e **O** α sono **fr**.

L'operatore modale "**P**" (interpretato come «permesso» in senso *descrittivo*) può essere introdotto mediante la seguente definizione analoga alla D1 nella Definizione 2.1.3.

D*1. $\mathbf{P}\,\alpha$ = def. $\neg \mathbf{O} \neg\, \alpha$.

Allora, facendo corrispondere a ogni **fe** di $\mathbf{L}^P$ una **fr** modale di $\mathbf{L}^{*P}$, che *descrive* le asserzioni e le norme *espresse* dalle corrispondenti **fe** di $\mathbf{L}^P$ (per es., ad ogni **fe** elementare di forma $\vdash \alpha$, $\mathscr{O}\,\alpha$, $\mathscr{P}\,\alpha$, una **fr** modale di forma, rispettivamente, Prα, **O**α, **P**α), introduciamo una applicazione iniettiva μ dell'insieme ψ_E di tutte le **fe** di $\mathbf{L}^P$ nell'insieme ψ_R*di tutte le **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$, in modo tale che ogni **fe** $\delta \in \psi_E$ è giustificata se e solo se la corrispondente **fr** modale μ (δ) $\in \psi_R$* è vera (in una opportuna interpretazione semantica Kripkiana delle **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$).
Notiamo che questa corrispondenza giustifica il nostro Criterio 3.2, poiché fa corrispondere a ogni **fe** (complessa) di $\mathbf{L}^P$, una **fr** modale (molecolare) di $\mathbf{L}^{*P}$, a cui si applica il Criterio 3.1, la cui giustificazione, come abbiamo visto, è del tutto ovvia (vedi Osservazione 3.1). Ora, facendo uso del nostro linguaggio pragmatico esteso $\mathbf{L}^{*P}$ e della applicazione μ, possiamo stabilire il seguente criterio generale (indiretto) di validità pragmatica in $\mathbf{L}^P$.

VP9. Sia $\delta \in \psi_E$. Allora δ è p-valida sse $\mu(\delta) \in \psi_R$* è s-valida (ove il concetto di «validità semantica» introdotto in VP9 fa riferimento al criterio di validità semantica per formule radicali in un linguaggio modale con semantica Kripkiana).

Nella sezione 5.2 faremo riferimento a VP9 per provare la completezza della nostra traduzione del sistema deontico standard KD in $\mathbf{L}^P$.

Consideriamo ora alcune relazioni rilevanti tra l'insieme ψ_R* di tutte le **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$ e l'insieme ψ_E*di tutte le **fe** di $\mathbf{L}^{*P}$. Applicando le regole di formazione per formule enunciative **RFE**1-**RFE**3 alle **fr** modali generate dalla regola **RFR**4, in $\mathbf{L}^{*P}$ si ottengono **fe** (assertive, normative e miste) di livello superiore con sottoformule radicali modali. E poiché applicando ricorsivamente le regole **RFR**4 si ottengono (infinite) **fr** con operatori modali iterati (e combinati tra loro) un numero crescente di volte, ne segue che $\mathbf{L}^{*P}$ includerà anche una gerarchia (infinita) di **fe** di livelli crescenti (ove il livello di una **fe** elementare di $\mathbf{L}^{*P}$ è determinato dal numero degli operatori modali che ricorrono incassati nella sua sottoformula radicale). E' quindi possibile stabilire una applicazione biiettiva μ' dell'insieme $\psi_E{}^*$ di tutte le **fe** di $\mathbf{L}^{*P}$.sull'insieme $\psi_R{}^*$ di tutte le **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$, in modo tale che ogni **fe** $\delta \in \psi_E{}^*$ è giustificata se e solo se la corrispondente **fr** modale $\mu'(\delta) \in \psi_R{}^*$ è vera (in una opportuna interpretazione Kripkiana delle **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$).

Ora, facendo uso di queste relazioni tra gli insiemi $\psi_E{}^*$ e $\psi_R{}^*$, è possibile in $\mathbf{L}^{*P}$ risolvere adeguatamente il problema della formalizzazione delle metanorme (vedi Osservazione 2.1.1, (iii)). Come abbiamo già osservato, possiamo interpretare le **fr** modali di forma$\mathbf{O}\alpha$ e $\mathbf{P}\alpha$ come formule che descrivono le norme espresse dalle corrispondenti **fe** normative di forma $\mathscr{O}\alpha$ e $\mathscr{P}\alpha$, rispettivamente (o, più precisamente, come abbreviazioni di formule descrittive di forma $\mathbf{O}_{SN}\ \alpha$ e $\mathbf{P}_{SN}\ \alpha$, che possiamo leggere rispettivamente, come "α è obbligatorio nel sistema normativo SN" e "α è permesso nel sistema normativo SN", vedi Alchourrón e Bulygin, 1981). E' naturale allora interpretare le **fe** normative di forma $\mathscr{O}(\mathbf{O}\ \alpha)$, $\mathscr{O}(\mathbf{P}\ \alpha.)$, $\mathscr{P}(\mathbf{O}\ \alpha)$, $\mathscr{P}(\mathbf{P}\ \alpha)$ - ottenute applicando, in conformità alla regola **RFE**1, gli operatori deontici prescrittivi $\mathscr{O}$ e $\mathscr{P}$ alle **fr** (modali) $\mathbf{O}\ \alpha$ e $\mathbf{P}\ \alpha$ - come formule normative esprimenti metanorme (con procedura analoga si possono ottenere in $\mathbf{L}^{*P}$ **fe** normative di livelli superiori esprimenti meta-metanorme, meta-meta-metanorme, etc.). In questo modo, sfruttando il maggior potere espressivo che le formule radicali modali conferiscono a $\mathbf{L}^{*P}$, è possibile formalizzare le metanorme in $\mathbf{L}^{*P}$ attraverso **fe** normative di livello superiore, le cui sottoformule radicali-modali descrivono norme di livello inferiore, senza far uso di formule con operatori deontici prescrittivi iterati, che alla Barcan (1966) avevano fatto comprensibilmente pensare a un "linguaggio di balbuzienti" e che in $\mathbf{L}^{P}$ non sono formule ben formate. Inoltre, è interessante osservare che questa formalizzazione delle metanorme in $\mathbf{L}^{*P}$ traduce in termini rigorosamente formali (sintattici) l'interpretazione delle formule normative con operatori deontici iterati suggerita da Von Wright (1983).

Osservazione 3.3. Con riferimento al nostro linguaggio formale $\mathbf{L}^{P}$, è importante notare che il connettivo pragmatico C in una **fe** di forma $(\delta_1\ C\delta_2)$ (con $\delta_1, \delta_2 \in \psi_E$) cattura il significato ordinario di espressioni come "quindi", "dunque", "pertanto", "ne segue", ogni volta che $(\delta_1\ C\ \delta_2)$ é p-valida. Pertanto la relazione di *inferenza logica* viene formalizzata in $\mathbf{L}^{P}$ come una relazione sull'insieme ψ_E di tutte le **fe** di $\mathbf{L}^{P}$ definita come segue:

> per ogni $\delta_1, \delta_2 \in \psi_E$, δ_2 può essere inferita logicamente da δ_1 sse $(\delta_1\ C\delta_2)$ è p-valida.

La nostra tesi che la relazione di inferenza logica nel linguaggio ordinario deve essere formalizzata in ψ_E prende nella dovuta considerazione una tesi di Frege (1879, 1893), recentemente ripresa da Martin-Löf (1984), che interpreta le premesse e la conclusione di una inferenza come asserzioni, e la estende anche alle norme in senso «espressivo». E' evidente che questa prospettiva differisce dal punto di vista usuale adottato in logica standard, dove la relazione di inferenza è formalizzata come una relazione sull'insieme di tutte le proposizioni (o di tutte le formule ben formate che sono le controparti sintattiche delle proposizioni e che corrispondono alle nostre formule radicali) alla stregua della relazione di *implicazione logica.* Al contrario, in $\mathbf{L}^P$ la relazione di inferenza logica viene distinta dalla relazione di implicazione logica che è formalizzata come una relazione sull'insieme ψ_R di tutte le **fr** di $\mathbf{L}^P$, definita come segue:

per ogni $\alpha_1, \alpha_2 \in \psi_R$, α_1 implica α_2 sse $(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è s-valida (tautologica).

Nel nostro approccio, la summenzionata distinzione tra *inferenza logica* e *implicazione logica*, che è filosoficamente importante, è resa possibile dal superiore potere espressivo di $\mathbf{L}^P$. Una prima limitata analisi dei rapporti tra inferenza logica e implicazione logica può essere fatta anticipando (vedi schema (iv) nella sezione 4) che le seguenti **fe** sono p-valide:

$$(\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))\, C((\vdash \alpha_1)\, C(\vdash \alpha_2)),$$
$$(\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))\, C((\varnothing\, \alpha_1)\, C(\varnothing\, \alpha_2)).$$

La p-validità di queste formule implica, per il criterio VP7, che se $\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ e $\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ sono p-valide, allora anche $((\vdash \alpha_1)\, C(\vdash \alpha_2))$ e $((\varnothing\, \alpha_1)\, C(\varnothing\, \alpha_2))$ sono, rispettivamente, p-valide. Poiché, per il criterio VP1, $\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ e $\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ sono p-valide sse $(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è s-valida (tautologica), possiamo scrivere:

α_1 implica α_2 sse $\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ e $\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ sono p-valide,
$\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è p-valida implica $((\vdash \alpha_1)\, C(\vdash \alpha_2))$ è p-valida,
$\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è p-valida implica $((\varnothing\, \alpha_1)\, C(\varnothing\, \alpha_2))$ è p-valida,

quindi, ogni volta che α_1 è nella relazione di implicazione logica con α_2, $\vdash \alpha_2$ è nella relazione di inferenza logica con $\vdash \alpha_1$ e $\varnothing\, \alpha_2$ è nella relazione di inferenza logica con $\varnothing\, \alpha_1$. Da ciò segue, per i criteri VP1, VP6 e VP8, che valgono le seguenti equivalenze:

$\vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è p-valida (rispettivamente, p-invalida) sse $\varnothing\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)$ è p-valida (rispettivamente, p-invalida),

$((\vdash \alpha_1)\, C(\vdash \alpha_2))$ è p-valida (rispettivamente, p-invalida) sse $((\varnothing\, \alpha_1)\, C(\varnothing\, \alpha_2))$ è p-valida (rispettivamente p-invalida).

Abbiamo così provato che la relazione di inferenza logica si applica alle formule enunciative di $\mathbf{L}^P$ e, quindi, alle **fe** normative che rappresentano norme in senso «espressivo».

4. **Applicazioni**

Facendo uso delle regole RJ1 - RJ3 nella Definizione 2.3.1 e dei criteri di validità pragmatica VP1 - VP8 nella Proposizione 3.1, possiamo ottenere **fe** (assertive, normative e miste) p-valide. Daremo ora alcuni esempi particolarmente rilevanti di **fe** (assertive e normative) p-valide. Al fine pratico di conseguire una maggiore generalità nella formulazione di queste formule, faremo uso del simbolo (metalinguistico) Φ (che sta per un qualsiasi segno di modo pragmatico (primitivo) non specificato di $\mathbf{L}^P$) in modo da ottenere *schemi generali* di **fe** (assertive e normative) p-valide. Ognuno dei seguenti schemi generali può essere detto p-valido, nel senso che ogni **fe** che è un esempio di uno di questi schemi, ottenuto rimpiazzando in modo uniforme nello schema ogni occorrenza del simbolo Φ con una occorrenza del segno $\vdash$ oppure con una occorrenza del segno $\mathscr{O}$, è una **fe** (rispettivamente, assertiva o normativa) p-valida di $\mathbf{L}^P$. In particolare, sia α, α_1, α_2, $\alpha_3 \in \psi_R$ e sia $\Phi = \vdash$ oppure $\Phi = \mathscr{O}$; allora i seguenti schemi generali di **fe** (assertive e normative) di $\mathbf{L}^P$ sono p-validi:

(i) $(\Phi \neg\, \alpha)\, C(N\, \Phi\, \alpha)$;
(ii) $((\Phi\, \alpha_1) K\, (\Phi\, \alpha_2))\, E\, (\Phi(\alpha_1 \wedge \alpha_2))$;
(iii) $((\Phi\, \alpha_1) A\, (\Phi\, \alpha_2))\, C(\Phi(\alpha_1 \vee \alpha_2))$;
(iv) $(\Phi\, (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))\, C((\Phi\, \alpha_1)\, C(\Phi\, \alpha_2))$;
(v) $(\Phi\, (\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2)) C((\Phi\, \alpha_1)\, E\, (\Phi\, \alpha_2))$.

Usando le regole RJ1 - RJ3 e i criteri VP5 e VP6, si può facilmente provare che tutte le **fe**, assertive e normative, che sono esempi degli schemi (i) - (v), sono p-valide.

La validità pragmatica degli schemi (i) - (v) è importante, perché stabilisce alcune relazioni logiche fondamentali tra **fe** elementari (di forma $\Phi \neg\, \alpha$, $\Phi(\alpha_1 \wedge \alpha_2)$, etc.) e **fe** complesse (di forma $N \Phi\, \alpha$, $((\Phi\, \alpha_1) K\, (\Phi\, \alpha_2))$, etc.), e quindi tra connettivi semantici e pragmatici.

Sono p-validi anche i seguenti schemi, la cui interpretazione è immediata:

(vi) $\Phi\, (\alpha \leftrightarrow \neg\neg\, \alpha)$;
(vii) $(\Phi\, \alpha) E\, (\Phi \neg\neg\, \alpha)$;
(viii) $(\Phi\, \alpha) C(N \Phi \neg\, \alpha)$;
(ix) $(\Phi\, \alpha) C(NN\Phi\, \alpha)$;
(x) $(NNN\Phi\, \alpha) E\, (N\, \Phi\, \alpha)$.

La prova che tutte le **fe** (assertive e normative) che sono esempi degli schemi (vi) - (x) sono p-valide si ottiene facendo uso rispettivamente delle regole RJ1 - RJ2 e dei criteri VP1, VP5 e VP6.

La validità pragmatica degli schemi (vi) - (x) permette di provare alcune interessanti proprietà dei connettivi $\neg$ e N. Infatti, sia T una tautologia e sia $\perp$ una contraddizione (vedi Definizione 2.2.2). Allora, per il criterio VP1, Φ (T) è p-valido e $\Phi\, (\perp)$ è p-invalido. Facendo uso degli schemi p-validi (i), (vii), (viii), (ix), (x), dei criteri VP7, VP8 e della regola di rimpiazzamento, otteniamo che
$N\Phi\, (\neg\, \mathrm{T})$, $NN\Phi$ (T) e $NNN\Phi\, (\neg\, \mathrm{T})$ sono p-validi, mentre $N\Phi\, (\neg\, \perp)$, $NN\Phi\, (\perp)$ e $NNN\Phi\, (\perp)$ sono p-invalidi.

E' di fondamentale importanza notare che i seguenti schemi non sono p-validi:

(xi*) $(\Phi\,\alpha)\,A\,(\Phi \neg \alpha)$;
(xii*) $(\Phi\,\alpha)\,A\,(N\Phi\,\alpha)$.

Dalla Definizione 2.3.2 di validità pragmatica, segue che provare che una data **fe** $\delta \in \psi_E$ non è p-valida equivale a provare che esiste almeno una funzione di assegnamento $\sigma \in \Sigma$ e una funzione di valutazione pragmatica $\pi\sigma \in \Pi\sigma$, tale che $\pi\sigma(\delta)=U$. E una tale prova può essere facilmente fornita per tutte le **fe** (assertive e normative) che sono esempi degli schemi (xi*) e (xii*), facendo uso delle regole RJ1, RJ2, RJ3 (ii) e del criterio VP4.

Va osservato che gli schemi (xi*) e (xii*) rappresentano, rispettivamente, la versione *forte* e la versione *debole* del «principio del terzo escluso». Ora, il fatto che (xi*) e (xii*) non sono p-validi, e quindi, che il «principio del terzo escluso» non vale per le **fe** di $\mathbf{L}^P$, è una conseguenza del comportamento logico di tipo intuizionistico dei connettivi pragmatici, in particolare del connettivo N, di $\mathbf{L}^P$ (vedi osservazione 2.3.1, (iii)) e produce a sua volta effetti filosoficamente rilevanti sulla struttura delle **fe** assertive e normative di $\mathbf{L}^P$. Gli effetti sulla struttura delle **fe** assertive sono stati considerati in Dalla Pozza e Garola (1995, Sez. 6), a cui rimandiamo; mentre gli effetti sulla struttura delle **fe** normative verranno considerati nella Osservazione 5.2.1.

E' anche importante osservare che i seguenti schemi, ottenuti sostituendo il connettivo E al posto del connettivo C in (i), (iii), (iv), (v), (viii) e (ix), non sono p-validi:

(i*) $(\Phi \neg \alpha)\,E\,(N\Phi\,\alpha)$;
(iii*) $((\Phi\,\alpha_1)\,A\,(\Phi\,\alpha_2))E\,(\Phi(\alpha_1 \vee \alpha_2))$;
(iv*) $(\Phi(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))\,E\,((\Phi\,\alpha_1)\,C(\Phi\,\alpha_2))$;
(v*) $((\Phi(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2))\,E\,((\Phi\,\alpha_1)\,E(\Phi\,\alpha_2))$;
(viii*) $(\Phi\,\alpha)\,E\,(N\Phi \neg \alpha)$;
(ix*) $(\Phi\,\alpha)\,E\,(NN\Phi\,\alpha)$.

Anche i seguenti schemi, che rappresentano analoghi pragmatici delle leggi di logica classica che esprimono l'interdefinibilità dei connettivi semantici, non sono p-validi:

(xiii*) $((\Phi\,\alpha_1)\,K\,(\Phi\,\alpha_2))E\,(N\,((N\Phi\alpha_1)\,A(N\Phi\alpha_2)))$;
(xiv*) $((\Phi\,\alpha_1)A\,(\Phi\,\alpha_2))E\,(N\,((N\Phi\alpha_1)\,K(N\Phi\alpha_2)))$;
(xv*) $((\Phi\,\alpha_1)\,C\,(\Phi\,\alpha_2))E\,((N\Phi\alpha_1)\,A(\Phi\alpha_2))$.

Sono invece p-validi i seguenti schemi che mostrano che le leggi precedenti valgono a livello pragmatico in una forma indebolita:

(xiii) $((\Phi\,\alpha_1)\,K\,(\Phi\,\alpha_2))C(N\,((N\Phi\alpha_1)\,A\,(N\Phi\alpha_2)))$;
(xiv) $((\Phi\,\alpha_1)A(\Phi\,\alpha_2))C(N\,((N\Phi\alpha_1)\,K\,(N\Phi\alpha_2)))$;
(xv) $((N\Phi\,\alpha_1)A(\Phi\,\alpha_2))C((\Phi\alpha_1)\,C(\Phi\alpha_2))$.

La prova che tutte le **fe** (assertive e normative) che sono esempi degli schemi (xiii) - (xv) sono p-valide si ottiene facendo uso ripetutamente delle regole RJ2, RJ3 (i) - (iii) e del criterio VP5.

Osserviamo, inoltre, che anche il seguente schema è p-valido:

(xvi) $((\Phi\,\alpha_1)\,C((\Phi\,\alpha_2)\,C(\Phi\,\alpha_3)))\;E\;(((\Phi\,\alpha_1)\,K\,(\Phi\,\alpha_2))\;C(\Phi\,\alpha_3))$.

La prova che ogni esempio assertivo e normativo di (xvi) è p-valido si ottiene facendo uso della regola RJ3 (i) e (iii) e del criterio VP6. Tenendo conto delle considerazioni svolte nella Osservazione 3.3 sul significato del connettivo C (e quindi E) nelle **fe** p-valide di forma $(\delta_1\;C\,\delta_2)$ (e quindi anche di forma $(\delta_1\;E\;\delta_2)$), lo schema p-valido (xvi) può essere interpretato come l'analogo del *teorema di deduzione* per le **fe** assertive e normative di $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$.

Infine osserviamo che la seguente **fe** mista è p-valida ogni volta che $\alpha \in \mathrm{T}^{\top}$ oppure $\alpha \in \mathrm{T}^{\perp}$

(xvii) $(\vdash\;\alpha)\,E\,(\mathscr{O}\alpha)$.

La prova che (xvii) è p-valida ogni volta che α è una tautologia oppure una contraddizione è ottenuta facendo uso dei criteri VP1, VP6 e VP8. Tenendo conto delle considerazioni svolte nella Osservazione 3.3, ne segue che ogni volta che α è una tautologia, $\vdash\;\alpha$ e $\mathscr{O}\alpha$ sono reciprocamente nella relazione di inferenza logica.

Nella sezione 5.2 faremo riferimento alla (xvii) per giustificare la "regola di necessitazione deontica" nella traduzione del calcolo deontico standard **KD** in $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$.

Poiché la reciproca inferibilità di **fe** assertive e normative in $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$ potrebbe far pensare a una violazione della "legge di Hume", va osservato che tale violazione è solo apparente; poiché, infatti, l'inferibilità reciproca vale in $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$ solo tra **fe** assertive e normative p-valide o p-invalide (con sottoformule radicali, rispettivamente, tautologiche o contraddittorie) la "Legge di Hume" si può ritenere sostanzialmente rispettata (vedi Galvan, 1987 e 1991, 3,2).

5. La traduzione del Calcolo Deontico Standard KD in $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$.

In questa sezione introduciamo un calcolo deontico pragmatico applicabile direttamente alle fe normative di $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$ esprimenti norme in senso «espressivo» - che denotiamo con **KDP** - ottenuto mediante una traduzione della versione di Lemmon e Scott (1977) del Calcolo Deontico Standard **KD** in $\mathbf{L}^{\mathbf{P}}$.
La versione di Lemmon-Scott di **KD** è ottenuta aggiungendo al Calcolo Proposizionale Classico (**CPC**) i due seguenti (schemi di) assiomi:

K. $\mathrm{O}\,(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) \rightarrow (\mathrm{O}\alpha_1 \rightarrow \mathrm{O}\alpha_2)$
D. $\mathrm{O}\alpha \rightarrow \neg\mathrm{O}\neg\;\alpha$

e la seguente regola di trasformazione (o inferenza), chiamata *regola di necessitazione deontica* (**RND**):

RND. Se α è un teorema di **CPC**, allora si può inferire che $\mathrm{O}\alpha$ è un teorema di **KD**.

Come è noto **KD** è il più fondamentale dei sistemi (calcoli) deontici standard, ove per sistemi deontici *standard* si intendono quei sistemi che trattano la logica deontica come una branca della logica modale aletica e gli operatori deontici O (*obbligatorio*) e P (*permesso*) come analoghi degli operatori aletici $\Box$(*necessario*) e

$\diamond$ (*possibile*) (vedi Hilpinen, 1981 e Von Wright, 1968 e 1981). Ne segue che nella prospettiva *standard* la logica deontica è direttamente applicabile solo alle norme interpretate in senso «iletico» o, secondo l'interpretazione più comune (vedi Stenius, 1963; Von Wright, 1963, VIII; Hansson, 1970; Føllesdal and Hilpinen, 1971) alle «proposizioni normative», ma non alle norme interpretate in senso «espressivo» (vedi Introduzione). Questo spiega l'uso dei connettivi semantici nelle formule deontiche di **KD** (vedi gli assiomi **K** e **D**).

Noi intendiamo mostrare che, attraverso la traduzione in $\mathbf{L}^P$, **KD** può essere riformulato in modo da essere applicato *direttamente* alle norme in senso «espressivo». A questo scopo introduciamo preliminarmente, nella sezione 5.1, una traduzione in $\mathbf{L}^P$ della versione del Calcolo Proposizionale Classico (**CPC**) introdotta da Mendelson (1964) e da Rogers (1971) (vedi Dalla Pozza 1991, sez. 5.1 e Dalla Pozza and Garola, 1995, Sez. 5.1); quindi, nella sezione 5.2, forniamo una traduzione in $\mathbf{L}^P$ della summenzionata versione di Lemmon - Scott di **KD**.

5.1. *Il Calcolo Proposizionale Classico Assertivo* **ACPC**.

Introduciamo una struttura isomorfa al Calcolo Proposizionale Classico (**CPC**) di Mendelson-Rogers entro il nostro linguaggio formale pragmaticamente esteso $\mathbf{L}^P$.

DEFINIZIONE 5.1.1. Sia $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \in \psi_R$. Denotiamo con **ACPC** il calcolo formale consistente dell'insieme di tutte le **fe** assertive elementari di $\mathbf{L}^P$ dotato dei seguenti (schemi di) assiomi:

A1. $\vdash (\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_1)$

A2. $\vdash ((\alpha_1 \rightarrow (\alpha_2 \rightarrow \alpha_3)) \rightarrow ((\alpha_1 \rightarrow \alpha_2) \rightarrow (\alpha_1 \rightarrow \alpha_3)$

A3. $\vdash ((\neg \alpha_2 \rightarrow \alpha_1)) \rightarrow ((\neg \alpha_2 \rightarrow \alpha_1) \rightarrow \alpha_2))$

e della seguente regola di trasformazione (**RT**):

RT. (*Modus Ponens*) $\dfrac{\vdash \alpha_1, \vdash (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)}{\vdash \alpha_2}$

Rispetto ad **ACPC** vale la seguente proposizione che correla il calcolo formale **ACPC** con l'interpretazione pragmatica di $\mathbf{L}^P$ fornita nella sezione 2.3.

PROPOSIZIONE 5.1.1. (i) (*Teorema di Correttezza per* **ACPC**). Ogni teorema di **ACPC** è una **fe** assertiva elementare p-valida di $\mathbf{L}^P$.
(ii) (*Teorema di Completezza per* **ACPC**). Ogni **fe** assertiva elementare p-valida di $\mathbf{L}^P$ è un teorema di **ACPC**.
(Per la dimostrazione della Proposizione 5.1.1 si veda Dalla Pozza (1991, sez. 5.1) e Dalla Pozza and Garola, 1995, sez. 5.1).

5.2. *Il Calcolo Deontico Pragmatico* **KDP**.

Introduciamo ora una struttura parzialmente corrispondente (vedi Osservazione 5.2.1) al Calcolo Deontico Standard **KD** di Lemmon - Scott, entro il nostro linguaggio formale pragmaticamente esteso $\mathbf{L}^P$.

DEFINIZIONE 5.2.1. Sia α, α_1, α_2, $\in \psi_R$. Denotiamo con **KDP** il calcolo formale costituito dall'insieme di tutte le **fe** normative, ottenuto aggiungendo a **ACPC** i seguenti (schemi di) assiomi:

$\mathbf{K}^I$. $(\mathcal{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))\, C\, ((\mathcal{O}\alpha_1)\, C(\mathcal{O}\alpha_2))$
$\mathbf{D}^I$. $(\mathcal{O}\alpha)\, C(N\mathcal{O}\neg\alpha)$

e le seguenti regole di trasformazione:

$\mathbf{RT}_1$. (*Regola di Necessitazione Deontica*) Se $\vdash \alpha$ è un teorema di **ACPC**, allora si può inferire che $\mathcal{O}\alpha$ è un teorema di **KDP**.

$\mathbf{RT}_2$. (*Modus Ponens*)

$$\frac{\mathcal{O}\alpha_1,\ (\mathcal{O}\alpha_1)\, C(\mathcal{O}\alpha_2)}{\mathcal{O}\alpha_2}$$

Rispetto a **KDP** vale la seguente proposizione che correla il calcolo formale **KDP** con l'interpretazione pragmatica di $\mathbf{L}^P$ fornita nella sezione 2.3.

PROPOSIZIONE 5.2.1. (i) (*Teorema di correttezza per* **KDP**). Ogni teorema di **KDP** è una **fe** normativa p-valida di $\mathbf{L}^P$.
(ii) (*Teorema di completezza per* **KDP**). Ogni **fe** normativa p-valida di $\mathbf{L}^P$ è un teorema di **KDP**.

Dimostrazione. Innanzitutto proviamo che vale la Proposizione 5.2.1 (i) (Teorema di Correttezza per **KDP**). Questo può essere fatto provando che gli (schemi di) assiomi $\mathbf{K}^I$ e $\mathbf{D}^I$ sono p-validi e le regole di inferenza $\mathbf{RT}_1$ e $\mathbf{RT}_2$ sono corrette in $\mathbf{L}^P$(ove una regola di inferenza su ψ_E è corretta se e solo se ogni interpretazione pragmatica di $\mathbf{L}^P$ che assegna il valore giustificato alle **fe** che compaiono come premesse della regola, assegna il valore giustificato anche alla **fe** che compare come conclusione della regola).

La p-validità degli assiomi $\mathbf{K}^I$ e $\mathbf{D}^I$ si dimostra facilmente notando che essi sono, rispettivamente, esempi degli schemi (iv) e (viii) (nella sezione 4) che sono p-validi.

Per dimostrare la correttezza delle regole $\mathbf{RT}_1$ e $\mathbf{RT}_2$, si può far uso della equivalenza stabilita nella Osservazione 3.3 tra la relazione di inferenza logica e il connettivo pragmatico C che ricorre in una **fe** p-valida di forma $(\delta_1\, C\, \delta_2)$ (per ogni δ_1, $\delta_2 \in \psi_R$. δ_2 può essere logicamente inferita da δ_1 sse $(\delta_1\, C\, \delta_2)$ è p-valido). Applicando questa equivalenza, si ottiene che le regole $\mathbf{RT}_1$ e $\mathbf{RT}_2$ sono, rispettivamente, corrette se e solo se le corrispondenti **fe** $(\vdash \alpha)\, C\, (\mathcal{O}\alpha)$ e $((\mathcal{O}\alpha_1)\, K\, ((\mathcal{O}\alpha_1)\, C\, (\mathcal{O}\alpha_2)))\, C\, (\mathcal{O}\alpha_2)$ sono, rispettivamente, p-valide. La p-validità di $(\vdash \alpha)\ C\ (\mathcal{O}\alpha)$ (corrispondente a $\mathbf{RT}_1$) si può provare nel modo seguente. Per la Proposizione 5.1.1, (i) (teorema di correttezza per **ACPC**), se $\vdash \alpha$ è un teorema di **ACPC**, allora $\vdash \alpha$ è p-valida;

quindi, per il criterio VP1, $\alpha \in T^T$. Ma se $\alpha \in T^T$, allora la p-validità di $(\vdash \alpha)\ C\ (\mathcal{O}\ \alpha)$ segue dalla p-validità della **fe** (xvii) (nella sezione 4); quindi **RT**1 è corretta. Infine, la p-validità di $((\mathcal{O}\,\alpha_1)\ K\ ((\mathcal{O}\,\alpha_1)\ C\ (\mathcal{O}\,\alpha_2)))\ C\ (\mathcal{O}\,\alpha_2)$ si può facilmente provare facendo uso della regola RJ3, (i) e (iii) e del criterio VP5; quindi anche **RT**2 è corretta. Pertanto, il teorema di correttezza vale per **KDP**.

Non disponiamo ancora di una prova diretta della Proposizione 5.2.1, (ii) (Teorema di Completezza per **KDP**). Possiamo tuttavia fornire una prova indiretta di questa proposizione, facendo uso del criterio VP9 introdotto nella Osservazione 3.2. Infatti, restringendo al sottoinsieme delle sole **fe** normative di ψ_E l'applicazione μ introdotta nella Osservazione 3.2, otteniamo che **KDP** corrisponde ad un opportuno sistema modale aletico, che denotiamo con **KDA**, costituito da **fr** modali di $\mathbf{L}^{*P}$ (vedi Osservazione 3.2), nel senso che a ogni teorema di **KDP** corrisponde un teorema di **KDA**, e viceversa. Ora **KDA** può essere provato completo rispetto alla nozione di validità semantica in $\mathbf{L}^{*P}$, definita in relazione alla classe di tutte le interpretazioni semantiche Kripkiane con *relazione di accessibilità seriale* (*e non riflessiva*) (vedi Chellas, 1980, 6 e Galvan, 1985, 2 e 1991, 2). Allora, per il criterio VP9, possiamo trasferire la completezza di **KDA** a **KDP**; quindi **KDP** è completo rispetto alla nozione di validità pragmatica in $\mathbf{L}^P$.

Possiamo, dunque, concludere che la Proposizione 5.2.1 vale.

Presentiamo ora alcune **fe** che sono teoremi di **KDP** (quindi, per la Proposizione 5.2.1, **fe** p-valide di $\mathbf{L}^P$) e che riformulano noti teoremi di **KD** in $\mathbf{L}^P$.

(1) $(\mathcal{O}\alpha)\ C\ (\mathcal{P}\alpha)$
(2) $(\mathcal{O}\alpha)\ E\ (N\mathcal{P}\neg\alpha)$
(3) $(N\,\mathcal{O}\alpha)\ E\ (\mathcal{P}\neg\alpha)$
(4) $(\mathcal{O}\neg\alpha)\ E\ (N\mathcal{P}\alpha)$
(5) $(N\,\mathcal{O}\neg\alpha)\ E\ (\mathcal{P}\alpha)$
(6) $((\mathcal{O}\alpha_1)\ K\ (\mathcal{O}\alpha_2)\ E\ (\mathcal{O}(\alpha_1 \wedge \alpha_2))$
(7) $((\mathcal{O}\alpha_1)\ A\ (\mathcal{O}\alpha_2)\ C\ (\mathcal{O}(\alpha_1 \vee \alpha_2))$ (fe) $(P\alpha_1 A P\alpha_2)$ E $P(\alpha_1 V \alpha_2)$
(8) $(\mathcal{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)\ C((\mathcal{O}\alpha_1)\ C(\mathcal{O}\alpha_2))$
(9) $(\mathcal{O}(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2)\ C((\mathcal{O}\alpha_1)\ E\ (\mathcal{O}\alpha_2))$
(10) $(\mathcal{P}(\alpha_1 \wedge \alpha_2))\ C((\mathcal{P}\alpha_1)\ K\ (\mathcal{P}\alpha_2))$
(11) $((\mathcal{O}\alpha_1)\ K\ (\mathcal{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)))\ C(\mathcal{O}\alpha_2)$
(12) $((\mathcal{O}\neg\alpha_2)\ K\ (\mathcal{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2)))\ C(\mathcal{O}\neg\alpha_1)$
(13) $\mathcal{O}(\alpha \vee \neg\alpha)$
(14) $N\mathcal{P}(\alpha \wedge \neg\alpha)$
(15) $N\ ((\mathcal{O}\alpha)\ K\ (\mathcal{O}\neg\alpha))$
(16) $N((\mathcal{O}\alpha)\ K\ (N\,\mathcal{O}\alpha))$
(17) $N((\mathcal{O}(\alpha_1 \vee \alpha_2))\ K\ ((\mathcal{O}\neg\alpha_1)\ K\ (\mathcal{O}\neg\alpha_2)))$
(18) $(\mathcal{O}\alpha_1)\ C(\mathcal{O}(\alpha_1 \vee \alpha_2))$
(19) $(\mathcal{O}\neg\alpha_1)\ C(\mathcal{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))$

La prova che le **fe** (1) - (19) sono p-valide, e, quindi, teoremi di **KDP**, può essere ottenuta facendo uso delle regole **RJ**1 - **RJ**3 nella Definizione 2.3.1, della D1 nella Definizione 2.1.3, dei criteri VP1 - VP6 nella Proposizione 3.1 e degli schemi p-validi (i) - (x) e (xiii) - (xvi) nella sezione 4. Notiamo, inoltre, che i teoremi (18) e (19) ripropongono in **KDP**, e quindi in $\mathbf{L}^P$, due noti paradossi della logica deontica standard, conosciuti, rispettivamente, come «Paradosso di Ross» e «Paradosso dell'obbligo derivato». Poiché il problema dei paradossi deontici esorbita lo scopo di questo saggio, non verrà discusso qui. Ci limitiamo solo ad osservare che per i teoremi "paradossali" della logica deontica standard sono state fornite interpretazioni che ne eliminano o almeno ne riducono la portata paradossale (vedi, per es., Føllesdal and Hilpinen, 1971 e Ziemba, 1981), e che possono venire applicate anche ai nostri teoremi (18) e (19).

Osserviamo, inoltre, che le seguenti **fe**, che sono, rispettivamente, le inverse dei teoremi (7), (8), (9) e (10), non sono p-valide e, quindi, non sono teoremi di **KDP**.

(7*) $(\mathscr{O}(\alpha_1 \vee \alpha_2))\, C((\mathscr{O}\alpha_1)\, A(\mathscr{O}\alpha_2))$
(8*) $((\mathscr{O}\alpha_1)\, C(\mathscr{O}\alpha_2))\, C\, (\mathscr{O}(\alpha_1 \rightarrow \alpha_2))$
(9*) $((\mathscr{O}\alpha_1)\, E\, (\mathscr{O}\alpha_2))\, C\, (\mathscr{O}(\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2))$
(10*) $((\mathscr{P}\alpha_1)\, K\, (\mathscr{P}\alpha_2))\, C\, (\mathscr{P}(\alpha_1 \wedge \alpha_2))$

La non p-validità di (7*), (8*) e (9*) segue dalla p-validità di (7), (8) e (9) unitamente alla non p-validità degli schemi (iii*), (iv*) e (v*) (nella sezione 4), rispettivamente. La non p-validità di (10*) segue dalla D3 nella Definizione 2.1.3, dal teorema (14) e dai criteri VP1 e VP5 nella Proposizione 3.1, sostituendo in (10*) ogni occorrenza di α_2 con una occorrenza di $\neg\, \alpha_1$.
E importante osservare che anche le seguenti **fe** non sono p-valide, e, quindi, non sono teoremi di **KDP**.

(20*) $(\mathscr{O}\alpha)\, A\, (\mathscr{O}\neg\, \alpha)$
(21*) $(\mathscr{O}\alpha)\, A\, (N\, \mathscr{O}\alpha)$.

La prova che (20*) e (21*) non sono p-valide si ottiene facilmente osservando che sono esempi, rispettivamente, degli schemi (xi*) e (xii*) (nella sezione 4) che non sono p-validi, e che mostrano che il principio del terzo escluso non vale per le **fe** (sia assertive che normative) di $\mathbf{L^P}$, né nella versione forte espressa da (xi*), né nella versione debole espressa da (xii*).

Osservazione 5.2.1. Il fatto che (20*) e (21*) non sono **fe** p-valide di $\mathbf{L^P}$ e, quindi , non sono teoremi di **KDP**, ha alcune conseguenze rilevanti per i sistemi normativi formulabili in $\mathbf{L^P}$, che richiedono un adeguato commento.

Va innanzitutto osservato che dal punto standard la non validità pragmatica di (20*) è del tutto ovvia e non problematica, poiché (20*) è la traduzione in $\mathbf{L^P}$ della versione deontica della formula modale aletica $(\Box\, \alpha) \vee (\Box \neg\, \alpha)$che, come è noto, non è un principio (teorema) della logica modale. Intuitivamente, la non validità pragmatica di (20*) implica che due norme di forma $\mathscr{O}\alpha$ e $\mathscr{O}\neg\, \alpha$, pur non potendo essere entrambe giustificate (vedi teorema (15)) in uno stesso sistema normativo di $\mathbf{L^P}$ (se il sistema è coerente), possono essere entrambe ingiustificate in qualche sistema normativo di $\mathbf{L^P}$. In questo modo la non validità pragmatica di (20*) è logicamente connessa con la possibilità dei sistemi normativi di $\mathbf{L^P}$ di includere azioni caratterizzate come deonticamente indifferenti. Un sistema normativo *SN* di $\mathbf{L^P}$, infatti, ammette una classe (non vuota) di azioni deonticamente indifferenti se e solo se almeno un esempio della formula $(\mathscr{P}\, \alpha)\, K\, (\mathscr{P} \neg\, \alpha)$ (vedi la D3 nella Definizione 2.1.3) è giustificato in *SN*. Ne segue che se (20*) fosse p-valida, allora ogni azione (descrivibile in $\mathbf{L^P}$) sarebbe o obbligatoria o proibita in ogni sistema normativo di $\mathbf{L^P}$; quindi ogni esempio di $(\mathscr{P}\, \alpha)\, K\, (\mathscr{P} \neg\, \alpha)$ sarebbe ingiustificato in ogni sistema normativo di $\mathbf{L}^P$, così nessun sistema normativo potrebbe includere azioni deonticamente indifferenti. Ma poiché i sistemi normativi più interessanti e comuni sono quelli che ammettono azioni deonticamente indifferenti, possiamo considerare la non validità pragmatica di (20*), e, quindi, la sua inderivabilità come teorema, una condizione di adeguatezza materiale di ogni sistema di logica deontica formulabile in $\mathbf{L}^P$.

La non validità pragmatica di (21*), invece, non è altrettanto ovvia dal punto di vista standard: (21*), infatti, è la traduzione in $\mathbf{L}^P$ della versione deontica della formula modale aletica $(\Box\, \alpha) \vee (\neg\, \Box\, \alpha)$ che è un principio (teorema) della logica modale. La non validità pragmatica di (21*) in $\mathbf{L}^P$ dipende, infatti, dal comportamento logico di tipo intuizionistico dei connettivi pragmatici (vedi Osservazione 2.3.1, (iii)); per questa ragione la struttura di **KDP** non è isomorfa, ma solo parzialmente corrispondente, come abbiamo già notato, al Calcolo Deontico Standard **KD**. Intuitivamente, la non validità pragmatica di (21*) (che, per il teorema (3), equivale a $(\mathcal{O}\, \alpha)\, A\, (\mathcal{P} \neg\, \alpha)$) implica che due norme di forma $\mathcal{O}\, \alpha$ e $N\mathcal{O}\, \alpha$(o, equivalentemente, di forma $\mathcal{O}\, \alpha$ e $\mathcal{P} \neg\, \alpha$), pur non potendo essere entrambe giustificate (vedi teorema (16)) in uno stesso sistema normativo di $\mathbf{L}^P$ (se il sistema è coerente), possono essere entrambe ingiustificate in qualche sistema normativo di $\mathbf{L}^P$. E' interessante osservare che la non validità pragmatica di (21*) ha conseguenze rilevanti riguardo alla completezza (o mancanza di lacune) dei sistemi normativi formulabili in $\mathbf{L}^P$. Un sistema normativo, infatti, si dice *completo* (o *privo di lacune*) se e solo se ogni azione descrivibile nel suo linguaggio è proibita oppure permessa nel sistema (vedi Bulygin, 1977, Von Wright, 1983, Bobbio, 1963 e 1993, II, IV, 21). Pertanto un sistema normativo *SN* di $\mathbf{L}^P$ è completo se e solo se ogni esempio della formula $(\mathcal{O} \neg\, \alpha)\, A\, (\mathcal{P}\alpha)$ (che è logicamente equivalente a (21*)) è giustificato in *SN*. Ne segue che se (21*) fosse p-valida in $\mathbf{L}^P$, allora ogni esempio di (21*) sarebbe giustificato in ogni sistema normativo di $\mathbf{L}^P$; quindi ogni sistema normativo formulabile in $\mathbf{L}^P$ sarebbe banalmente completo . Ora, secondo un'opinione che conta autorevoli sostenitori (vedi Kelsen, 1945, XI, F e, 1960, V, 35), la completezza (mancanza di lacune) di ogni sistema normativo sarebbe banalmente garantita dalla reciproca definibilità degli operatori «obbligatorio» e «permesso». Riformulato nei termini di $\mathbf{L}^P$, questo punto di vista equivale alla tesi che (21*) è deducibile da (5). Ma nel nostro approccio questa tesi è palesemente falsa. In $\mathbf{L}^P$, infatti, (5) è p-valida, mentre (21*) non è p-valida; quindi, per il criterio VP7 nella Proposizione 3.1 e per la summenzionata equivalenza nella Osservazione 3.3, (21*) non è deducibile da (5). Così, in $\mathbf{L}^P$, la completezza dei sistemi normativi non dipende dalla interdefinibilità degli operatori $\mathcal{O}$ e $\mathcal{P}$. Ne segue che la completezza di un qualsiasi sistema normativo *SN* di $\mathbf{L}^P$ può essere assicurata (se *SN* è coerente) solo attraverso una specifica metanorma che prescrive come permessa in *SN* ogni azione che non è proibita in *SN* (vedi Alchourrón and Bulygin, 1971, VII, 6, e Von Wright, 1963, V, 14 e 1983); e questa metanorma può essere adeguatamente formalizzata nel nostro linguaggio formale pragmatici mentre esteso $\mathbf{L}^{*P}$, mediante una **fe** normativa di livello superiore della forma $\mathcal{O}((\mathbf{O}_{SN} \neg\, \alpha) \vee (\mathbf{P}_{SN}\, \alpha))$ (vedi Osservazione 3.2). E' interessante osservare che questo risultato, ottenuto in $\mathbf{L}^P$ in modo puramente logico, concorda sostanzialmente con alcune tesi fondamentali di Von Wright (1963, V, 13-16 e VIII, 8; 1968; 1981; 1983) e di Alchourrón e Bulygin (1971, VII; vedi anche Bulygin, 1977) che si oppongono all'opinione che ritiene la completezza dei sistemi normativi una conseguenza della interdefinibilità degli operatori deontici; in particolare, concorda con la tesi di Alchourrón e Bulygin, secondo cui l'interdefinibilità e la completezza sono questioni logicamente indipendenti l'una dall'altra ed è, quindi, possibile accettare l'interdefinibilità e rifiutare la completezza. Ma in $\mathbf{L}^P$ questo risultato è una conseguenza del comportamento logico di tipo intuizionistico dei connettivi pragmatici (in particolare del connettivo N) e non dipende da assunzioni extra-logiche, come la distinzione, introdotta da Von Wright, tra una nozione *debole* di «permesso» (caratterizzata dalla interdefinibilità con la nozione di «obbligo», che, secondo Von Wright, implicherebbe la completezza) e una nozione *forte* di «permesso» (per la quale non vale il principio di interdefinibilità, ma solo una versione indebolita, esprimibile in $\mathbf{L}^P$ mediante la formula $(\mathscr{P}\alpha)\ C\ (N\ \mathscr{O} \neg \alpha)$ che ovviamente non implica la completezza) o come l'uso radicale fatto da Alchourrón e Bulygin della distinzione tra enunciati normativi (norme) ed enunciati descrittivi di norme («proposizioni normative»), per fondare la tesi della indipendenza tra completezza e interdefinibilità, anche rispetto alla nozione debole di «permesso» (vedi anche Von Wright, 1983). Possiamo quindi affermare che la soluzione alla questione dei rapporti tra completezza e interdefinibilità fornita in $\mathbf{L}^P$ ha il vantaggio, rispetto alle soluzioni proposte da Von Wright e da Alchourrón e da Bulygin, di essere più semplice e conforme al rasoio di Occam.

6. **Osservazioni conclusive.**

Concludiamo il nostro lavoro con alcune osservazioni che mostrano che il nostro linguaggio formale pragmaticamente esteso $\mathbf{L}^P$ è adeguato agli scopi per i quali è stato introdotto.

Nella Sezione 1, come si ricorderà, abbiamo indicato come scopo del nostro lavoro la costruzione di una logica (pragmatica) delle norme, pur convenendo, come fa la maggior parte dei filosofi e dei logici, che le norme mancano di valori di verità. Questa scelta comporta ovviamente l'abbandono del punto di vista tradizionale sulla logica e la assunzione della tesi controversa che la logica ha un dominio più ampio della verità e della falsità. Nel proporre questa soluzione del «problema filosofico fondamentale delle norme» (vedi sezione 1), abbiamo osservato che essa era già stata suggerita da alcuni autori, tra i quali Von Wright (1957) e Weinberger (1977), che consideravano giustamente la logica delle norme più fondamentale o prioritaria rispetto a una logica delle «proposizioni normative». Ma abbiamo anche osservato che tutti questi autori si erano limitati solo a suggerire questa soluzione senza dimostrarla. Probabilmente perché essi ritenevano, come sostiene Bulygin (1982), che per giustificare l'estensione della logica alle norme fosse sufficiente dotare le norme di una coppia di valori (come i valori *valido* e *invalido*, corrispondenti ai nostri valori ***giustificato*** e ***ingiustificato***, vedi Osservazione 2.3.1, (i)) analoga alla coppia dei valori di verità. Commentando criticamente questo punto di vista, Bulygin (1982) ha giustamente osservato che la tesi che la logica va oltre l'ambito della verità e può, quindi, essere applicata (direttamente)alle norme, richiede una giustificazione più solida della esistenza di una semplice analogia tra verità e validità (giustificazione).

Ora noi riteniamo di aver fornito, con il presente lavoro, la giustificazione richiesta da Bulygin. Ciò che abbiamo mostrato, infatti, è che il modello di analisi pragmatica degli enunciati di Frege - Reichenbach, su cui si basa la concezione «espressiva» delle norme, se adeguatamente sviluppato, non preclude - come invece hanno ritenuto alcuni autori, tra i quali Reichenbach (1947, 57) e Alchourrón e

Bulygin (1981; vedi anche Bulygin, 1982) - la possibilità di estendere la logica agli enunciati di tipo assertivo e normativo (o imperativo); e, quindi, non preclude la possibilità di una logica delle norme in senso «espressivo». I passi che portano a questo risultato possono essere riassunti brevemente come segue.

Il primo passo consiste nella costruzione del nostro linguaggio formale pragmaticamente esteso $\mathbf{L^P}$, le cui formule enunciative, assertive e normative - ottenute applicando i segni di modo pragmatico alle formule radicali di $\mathbf{L^P}$ vedi Definizione 2.1.2) - rappresentano, rispettivamente, asserzioni e norme in senso «espressivo» e possono essere connesse logicamente mediante i connettivi pragmatici. L'interpretazione di $\mathbf{L^P}$ è fornita dalla semantica e dalla pragmatica: la semantica di $\mathbf{L^P}$ provvede ad assegnare a ogni formula radicale di $\mathbf{L^P}$ un valore di verità, interpretando i connettivi semantici come funzioni di verità (vedi Definizione 2.2.1); la pragmatica di $\mathbf{L^P}$ provvede ad assegnare ad ogni formula enunciativa di $\mathbf{L^P}$ un valore di giustificazione, interpretando i connettivi pragmatici come funzioni parziali di giustificazione (vedi Definizione 2.3.1).

E' importante osservare che le nozioni metalinguistiche di verità e di giustificazione sono introdotte in $\mathbf{L^P}$ come nozioni semioticamente distinte e dotate di differenti controparti sintattiche: la nozione di verità è una nozione semantica che si applica solo alle formule radicali di $\mathbf{L^P}$, mentre la nozione di giustificazione è una nozione pragmatica che si applica solo alle formule enunciative di $\mathbf{L^P}$. Inoltre, le nozioni di verità e di giustificazione presentano anche un diverso comportamento logico. Infatti, la funzione di assegnamento semantico σ soddisfa le regole di verità RV_1 - RV_3 (vedi sezione 2.2) che definiscono il significato dei connettivi semantici e la nozione di verità, assumendo che essi si conformano a leggi logiche classiche; mentre la funzione di valutazione pragmatica π_σ soddisfa le regole di giustificazione RJ_1 - RJ_3 (vedi sezione 2.3) che definiscono il significato dei connettivi pragmatici e la nozione di giustificazione, assumendo che essi si conformano a leggi logiche di tipo intuizionistico. Questo mostra che *verità* e *giustificazione* sono nozioni effettivamente distinte in $\mathbf{L^P}$ (vedi Osservazione 2.3.1, (iii)).

Il secondo passo è costituito dalla definizione, nella pragmatica di $\mathbf{L^P}$, delle nozioni di *validità* e *invalidità pragmatica* (vedi Definizione 2.3.2); e, quindi, dalla definizione delle relazioni logiche di *inferenza, consistenza, inconsistenza* e *compatibilità pragmatica* sull'insieme ψ_E di tutte le formule enunciative di $\mathbf{L^P}$(vedi Osservazione 2.3.3). Questo prova che in $\mathbf{L^P}$ le relazioni logiche valgono oltre l'ambito di ciò che è vero o falso e, quindi, anche tra norme in senso «espressivo».

L'ultimo passo, infine, è costituito dalla introduzione in $\mathbf{L^P}$ del Calcolo Deontico Pragmatico **KDP** (dotato di una struttura logica di tipo intuizionistico, indotta dal comportamento logico dei connettivi pragmatici) che è interpretato prescrittivamente sulle formule normative di $\mathbf{L^P}$ (che, come abbiamo più volte sottolineato, rappresentano norme in senso «espressivo») .

Possiamo, quindi, affermare di aver costruito una logica pragmatica per la concezione «espressiva» delle norme e di aver dimostrato che la logica può essere effettivamente estesa oltre l'ambito tradizionale delle formule dotate di valori di verità.

E' importante osservare, inoltre, che i Calcoli Deontici Standard $\mathbf{KD_4}$ (o $\mathbf{S_4}$ deontico), $\mathbf{KD_5}$ e $\mathbf{KD_{45}}$ (o $\mathbf{S_5}$ deontico), che fanno uso di operatori deontici iterati, (vedi Galvan, 1985, 2.1.1 e 1991, 2), non sono traducibili in $\mathbf{L^P}$, poiché le formule in cui ricorrono segni di modo pragmatico (e quindi operatori deontici) iterati non sono accettate come formule ben formate in $\mathbf{L}^P$(vedi Osservazione 2.1.1, (iii)). Questo significa, dal nostro punto di vista, che tali calcoli non sono interpretabili *prescrittivamente*, sebbene possano essere interpretati *descrittivamente* come sistemi applicabili a (formule radicali modali esprimenti) «proposizioni normative» (oppure a norme interpretate in senso «aletico»). Questo spiega il diverso atteggiamento del nostro approccio pragmatico e dell'approccio standard riguardo alla iterazione degli operatori modali. Infatti, mentre nella nostra prospettiva pragmatica, che interpreta prescrittivamente la logica deontica come una logica delle norme in senso «espressivo», il divieto di iterare gli operatori deontici costituisce una ovvia condizione di congruità per le formule normative (prescrittive) su cui verte l'interpretazione prescrittiva della logica deontica (vedi Osservazione 2.1.1, (iii)), nella prospettiva standard, che interpreta descrittivamente la logica deontica come una logica delle «proposizioni normative», questo divieto è considerato come un impedimento che va rimosso se si vuole sviluppare la logica deontica in una più stretta analogia con la logica modale (vedi Føllesdal and Hilpinen, 1971, Von Wright, 1981 a e Åqvist, 1987, pp. 20-21).

Per finire, suggeriamo due estensioni di $\mathbf{L}^P$, che sono di particolare rilevanza filosofica e che ci proponiamo di sviluppare in un successivo lavoro.

Osserviamo che le norme formalizzabili attraverso le **fe** normative di $\mathbf{L}^P$, e alle quali si applica il nostro calcolo **KDP**, sono norme *categoriche*. Per formalizzare le norme *condizionali* (o *ipotetiche*), che svolgono un ruolo essenziale nel diritto, proponiamo di estendere $\mathbf{L}^P$, aggiungendo ai connettivi pragmatici nell'alfabeto $\mathcal{A}^P$, il nuovo connettivo "|" (interpretato come condizionale) e alle regole di formazione per formule enunciative nella Definizione 2.1.2, la seguente regola.

RFE4. Siano δ_1 e δ_2, **fe** ; allora $(\delta_1 \mid \delta_2)$ è una **fe** .

(ove una formula di forma $(\delta_1 \mid \delta_2)$ può essere letta come « δ_1 è giustificata a condizione che δ_2 sia giustificata»).

Possiamo allora formalizzare le norme condizionali mediante **fe** miste di forma $(\mathcal{O}\alpha_1 \mid \vdash \alpha_2)$ (che possiamo leggere come «E' obbligatorio α_1 a condizione che esista una prova di α_2». In questo modo le norme condizionali vengono formalizzate mediante **fe** *miste* in cui ricorrono i normali operatori deontici (*monadici*) usati per le norme categoriche, anziché, come nei sistemi diadici di Von Wright (1956 e 1964) e Rescher (1958) attraverso formule normative elementari in cui ricorrono operatori deontici *diadici*, la cui mancanza di perspicuità e di utilità è stata successivamente riconosciuta dallo stesso Von Wright (1981 e 1983). Come si può intuire dalla lettura che abbiamo fornito della formula $(\mathcal{O}\alpha_1 \mid \vdash \alpha_2)$, le conseguenze filosofiche di questo modo di formalizzare le norme condizionali sono estremamente interessanti, specialmente per il diritto, ma non possono essere discusse qui.

Un'altra importante estensione di $\mathbf{L}^P$(del tutto analoga a quella introdotta nella Osservazione 3.2) può essere ottenuta aggiungendo ai segni logico-semantici nell'alfabeto $\mathcal{A}^P$, gli operatori modali aletici $\Box$(*necessario*) e $\Diamond$(*possibile*) e alle regole di formazione per formule radicali nella Definizione 2.1.2, la seguente regola.

RFR5. Sia α una **fr** ; allora $\Box\,\alpha$ e $\Diamond\,\alpha$ sono **fr** .

In questa estensione modale di $\mathbf{L}^P$ è allora possibile formulare alcuni importanti «principi ponte» che stabiliscono relazioni tra modalità deontiche e modalità aletiche, quindi, tra **fe** normative ed **fr** modali aletiche. Uno di questi principi è il principio che l'obbligatorietà di un atto implica la possibilità di tale atto, che ora possiamo formalizzare mediante la **fe** mista $(\mathscr{O}\alpha)\ C\ (\vdash \diamond \alpha)$, la cui p-validità deriva immediatamente dalla regola RJ_1, (ii) (vedi la condizione (c)) nella Definizione 2.3.1 e dal Criterio VP_5 nella Proposizione 3.1. Poiché la esprimibilità di questi «principi ponte» è stata considerata una delle principali ragioni per preferire i *sistemi aletici di logica deontica* (che definiscono gli operatori e le formule deontiche in termini di operatori e formule modali aletiche) ai *sistemi deontici puri*, come i sistemi deontici standard (vedi Galvan, 1987, pp. 1-6. e 1991, 3, 1.2), è evidente l'importanza che riveste il fatto che questi principi possono essere espressi e dimostrati nella nostra estensione modale di $\mathbf{L}^P$.

Riferimenti bibliografici

Alchourrón, C.E. and Bulygin, E.

(1971) *Normative Systems*, Springer-Verlag, Wien - New York.

(1981) *The expressive Conception of Norms* in Hilpinen R. (ed.) *New Studies in Deontic Logic*, D. Reidel Dordrecht/Boston/London.

(1989) *Limiti della Logica e del Ragionamento Legale,* in Martino, A. (a cura di) *Sistemi Esperti nel Diritto,* CEDAM.

Barcan, R.

(1966) *Iterated Deontic Modalities,* in «Mind», 75.

Bell, D.

(1979) *Frege's Theory of Judgement*, Claredon Press, Oxford.

Bobbio, N.

(1963) *Lacune del diritto* in *Novissimo digesto italiano*, vol. IX, UTET.

(1993) *Teoria Generale del Diritto*, Giappichelli, 1993.

Bulygin, E.

(1977) *Incompletezza, contraddittorietà e indeterminatezza degli ordinamenti normativi,* in Di Bernardo, G. (a cura di) *Logica Deontica e Semantica,* Il Mulino.

(1982) *Norms, normative propositions and legal statements* in Fløistad, G. (ed.) *Contemporaney Philosophy,* vol. 3 (*Philosophy of action*), Martinus Nijhoff Publishers The Hague/Boston/London.

Castañeda, H. N.

(1975) *Thinking and Doing: The Philosophical Foundation of Istitutions,* D. Reidel, Dordrecht/Boston/London.

(1989) *Il Contenuto degli Atti Linguistici Giuridici e la Logica Deontica,* in Martino, A. (a cura di) *Sistemi Esperti nel Diritto,* CEDAM.

Chellas, B. F.

(1980) *Modal Logic: An Introduction,* Cambridge University Press, Cambridge.

Dalla Pozza, C.

(1991) *Un'Interpretazione Pragmatica della Logica Proposizionale Intuizionistica,* in Usberti, G. (a cura di) *Problemi Fondazionali* *nella Teoria del Significato,* Leo S. Olschki.

Dalla Pozza, C. and Garola, C.
(1995) *A Pragmatic Interpretation of Intuitionistic Propositional Logic* in «Erkenntnis», 43.

Dummet, M.
(1973) *Frege. Philosophy of Language,* Duckworth, London (trad. it. parziale *Filosofia del Linguaggio Saggio su Frege,* Marietti 1983).

Emiliani, A.
(1989) *Introduzione alla edizione italiana* di Von Wright (1963).

Føllesdal, D. and Hilpinen, R.
(1971) *Deontic Logic: An Introduction* in Hilpinen, R. (ed.) *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings,* D. Reidel, Dordrecht/Boston/London.

Frege, G.
(1879) *Begriffschrift,* Nebert. Halle (trad. it. *Ideografia* in Frege G., *Logica e Aritmetica,* Boringhieri, 1965).
(1893) *Grundgesetze der Arithmetik* 1, Pohle, Jene (Olms, Hildesheim, 1962) (trad. it. parziale *Leggi Fondamentali dell'Aritmetica,* Edizioni Teknos, 1995).
(1969) Nackgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsell, vol. I, Felix Mainer Verlag, Hamburg. (trad. it. *Scritti Postumi,* Bibliopolis, 1986).

Galvan, S.
(1985) *Introduzione alle Logiche Filosofiche* I: *Estensioni della Logica Proposizionale Classica,* I. S. U. Università Cattolica Milano.
(1987) *Introduzione alle Logiche Filosofiche* II: *Applicazioni Filosofiche della Logica Deontica,* I.S.U. Università Cattolica Milano.
(1991) *Logiche Intensionali: sistemi proposizionali di logica modale, deontica, epistemica,* Franco Angeli.

Hansson, B.
(1970) *An Analysis of Same Deontic Logics,* in «Nous», 4; ora in Hilpinen, R. (ed.) *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings,* D. Reidel, Dordrecht/Boston/London, 1971.

Hilpinen, R.
(1981) *Introduction to the Second Impression* di Hilpinen, R. (ed.) Deontic Logic: *Introductory and Systematic Readings,* D. Reidel, Dordrecht/Boston/London.

Jørgensen, J.
(1937-38) *Imperatives and Logic,* in «Erkenntnis», 7.

Kalinowski, G.
(1965) *Introduction à la logique juridique,* R. Pichon & R. Durand - Auzias, Paris (trad. it. *Introduzione alla logica giuridica,* Giuffré, 1971).
(1977) *Il significato della deontica per la filosofia morale e giuridica,* in

Di Bernardo, G. (a cura di) *Logica Deontica e Semantica,* Il Mulino.

Kelsen, H.
(1945) *General Theory of Law and State,* Harvard University Press, Cambridge (Mass.) (trad. it. *Teoria Generale del Diritto e dello Stato,* ETAS, 1984).
(1960) *Reine Rechtslehre,* Verlag Franz Deutiche, Wien (trad. it. *La Dottrina Pura del Diritto,* Einaudi, 1975).
(1965) *Recht und Logik* in «Neues Forum», XII (trad. it. *Diritto e Logica,* in Comanducci, P. e Guastini, R. (a cura di) *L'Analisi del Ragionamento Giuridico,* vol. II, Giappichelli, 1989).
(1979) *Allgemeine Theorie der Normen,* Manzsche Verlags und Universitätsbuchhandlung, Wien (trad. it. *Teoria Generale delle Norme,* Einaudi, 1985).
Kutschera, Von F.
(1973) *Einführung in die Logik der Normen,* Freiburg - München, Alber.
Lemmon, E. J. and Scott, D.
(1977) *An Introduction to Modal Logic,* Blackwell, Oxford.
Martin - Löf, P.
(1984) *Intuitionistic Tipe Theory,* Bibliopolis.
Mendelson, E.
(1964) *Introduction to Mathematical Logic,* D. Van Nostrand Company, Princeton (trad. it., *Introduzione alla Logica Matematica,* Boringhieri, 1972).
Opfermann, W.
(1977) *Sull'interpretazione dei metaoperatori logico-normativi. Con un contributo all'applicazione della logica delle norme in diritto costituzionale,* in Di Bernardo, G. (a cura di) *Logica Deontica e Semantica,* Il Mulino.
Reichenbach, H.
(1947) *Elements of Symbolic Logic,* The Free Press, New York.
Rescher, N.
(1958) *An Axiom System for Deontic Logic,* in «Philosophical Studies», 9.
Rogers, R.
(1971) *Mathematical Logic and Formalized Theories,* North - Holland, Amsterdam (trad. it., *Logica Matematica e Teorie Formalizzate,* Feltrinelli, 1978).
Ross, A.
(1941) *Imperatives and Logic,* in «Theoria» VII (trad. it. *Imperativi e Logica,* in Ross, A. *Critica del Diritto e Analisi del Linguaggio,* Il Mulino, 1982).
(1968) *Directives and Norms,* Routledge and Kegal Paul, London (trad. it. *Direttive e Norme,* Edizioni di Comunità, 1978).

Stenius, E.
(1963) *Principles of a Logic of Normative Systems,* in *Procedings of a Colloquium on Modal and Many - Valued Logics,* Acta Philosophica Fennica, 16, Helsinki.
(1969) *Mood and Language-Games,* in Davis, J. W., Hockney, D. J. and Wilson, W.K. (eds.), *Philosophical Logic,* Reidel, Dordrecht/Boston/London.

Weinberger, O.
(1977) *Logica delle norme e domini logici* in Di Bernardo(a cura di), *Logica Deontica e Semantica,* Il Mulino.

Wright, Von, G. H.
(1956) *A Note on Deontic Logic and Derived Obligation,* in «Mind», 65.
(1957) *Logical Studies,* Routledge and Kegal Paul, London.
(1963) *Norm and Action. A Logical Enquiry,* Routledge and Kegal Paul, London (trad. it. *Norma e Azione. Un'analisi logica,* Il Mulino, 1989).
(1964) *A New System of Deontic Logic,* in «Danish Yearbook of Philosophy», I.
(1968) *The Logic of Practical Dioscourse,* in Klibansky, R. (ed.) *Contemporary Philosophy,* vol. I (*Logic and Foundations of Mathematics*), La Nuova Italia.
(1981) *Problemi e prospettive della logica deontica. Una panoramica,* in Agazzi, E. e Cellucci, C. (a cura di) *Logiche Moderne,* vol. II, Istituto della Enciclopedia Italiana.
(1981 a) *On the Logic of Norms and Actions,* in Hilpinen, R. (ed.), *New Studies in Deontic Logic,* D. Reidel, Dordrecht/Boston/London.
(1983) *Norms, Truth and Logic,* in Wright, Von, G.H., *Philosophical Papers,* vol. I (*Practical Reason*), Cornell University Press, New York.

Ziemba, Z.
(1981) *Deontic Logic,* in Marciszewski, W. (ed.) *Dictionary of Logic. As Applied inStudy of Language,* Martinus Nijhoff Publishers, The Hague/Boston/London.

Åqvist, L.
(1987) *Introduction to Deontic Logic and the Theory of Normative Systems,* Bibliopolis.